
TABLA DE CONTENIDO

	<i>Página</i>
Tabla de Contenido	<i>i</i>
Índice de Figuras	<i>iv</i>
Índice de Tablas	<i>vi</i>
Capítulo 1. INTRODUCCIÓN	1
1.1. Antecedentes	1
1.2. Descripción del Problema de Investigación	3
1.3. Delimitación	6
1.4. Justificación	6
1.5. Objetivos	7
1.6. Hipótesis	8
1.7. Alcances y Limitaciones	8
1.8. Organización del Documento	9
Capítulo 2. MARCO TEÓRICO	10
2.1. El Problema del Enrutado de Vehículos (VRP, Vehicle Routing Problem) ...	10
2.1.1. Definición Formal	11
2.1.2. Variantes del VRP	12
2.2. El Problema del Empacado en Contenedores (BPP, Bin Packing Problem)....	14
2.2.1. Definición Formal	15
2.2.2. Variantes del BPP	16
2.3. El Problema de Planificación del Procesador	17
2.4. El Problema de Asignación de Rutas, Horarios y Cargas (RoSLoP, Routing- Scheduling-Loading Problem)	17
2.5. El RoSLoP en un Ambiente Real	19
2.5.1. Asignación de Rutas en un Ambiente Real	19
2.5.2. Asignación de Horarios en un Ambiente Real	22

2.5.3. Asignación de Cargas en un Ambiente Real	22
2.6. Complejidad del RoSLoP	28
2.6.1. Complejidad en la Asignación de Rutas	28
2.6.2. Complejidad en la Asignación de Horarios	29
2.6.3. Complejidad en la Asignación de Cargas	30
2.6.4. Complejidad del Panorama General	30
2.7. Enfoques de Solución	30
2.7.1. Métodos Exactos	30
2.7.2. Métodos Heurísticos	31
Capítulo 3. ESTADO DEL ARTE	33
3.1. Trabajos Relacionados con el VRP	33
3.2. Software Comercial Afín	35
3.3. Análisis del Estado del Arte	36
Capítulo 4. MODELO MATEMÁTICO PARA LA ASIGNACIÓN DE RUTAS Y HORARIOS	39
4.1. Agentes y Eventos	40
4.2. Parámetros y Variables	40
4.3. Función Objetivo	42
4.4. Restricciones	43
Capítulo 5. METODOLOGÍA DE SOLUCIÓN	49
5.1. Estudio Formal de los Factores de Complejidad del RoSLoP presentes en el Caso Real	49
5.1.1. Problema de Asignación de Rutas y Horarios	50
5.1.2. Problema de Asignación de Cargas	58
5.2. Esquema de Solución	68

	<i>Página</i>
5.3. Algoritmo para Asignación de Rutas y Horarios	70
5.3.1. Sistema de Colonia de Hormigas (ACS, Ant Colony System) Básico ..	70
5.3.2. Definición del Cálculo de la Información Heurística	72
5.3.3. Lista Restringida Autoadaptativa	74
5.3.4. Búsqueda Inicial	76
5.3.5. Búsqueda Local	76
5.3.6. El ACS de Asignación de Rutas y Horarios	77
5.3.7. Gestión de Variantes VRP dentro del ACS en Ruteo	81
5.4. Algoritmo para Asignación de Cargas	82
5.4.1. Módulo Construcción	82
5.4.2. Módulo Asignación	84
5.4.3. Módulo Balanceo	88
5.4.4. Módulo Relleno	89
Capítulo 6. EXPERIMENTACIÓN	90
6.1. Experimentación con Casos Teóricos	90
6.2. Experimentación con Casos Reales	95
Capítulo 7. CONCLUSIONES	98
7.1. Conclusiones	98
7.2. Trabajos Futuros	101
ANEXOS	102
Anexo A. Elección del Algoritmo para Asignación de Rutas y Horarios	102
Anexo B. Archivos Estándar de Entrada	107
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	114

ÍNDICE DE FIGURAS

	<i>Página</i>
Figura 1.1	Definición gráfica de los subproblemas inmersos en RoSLoP 4
Figura 2.1	Ejemplo gráfico de VRP 11
Figura 2.2	Ejemplo gráfico de BPP 15
Figura 2.3	Relación de los problemas que participan en RoSLoP 18
Figura 2.4	Áreas de Restos de los Centros de Embarque 24
Figura 2.5	Configuración física de los vehículos 26
Figura 5.1	Elementos y relaciones del Problema de Asignación de Rutas y Horarios 59
Figura 5.2	Elementos y relaciones del Problema de Asignación de Cargas 67
Figura 5.3	Elementos y relaciones estructurales de los vehículos 68
Figura 5.4	Esquema de Solución: Metodología basada en Heurísticas para la Solución Integral de Problemas de Asignación de Rutas, Horarios y Cargas en el Proceso de Distribución y Entrega de Productos 69
Figura 5.5	Procedimiento de Agrupación Jerárquica 75
Figura 5.6	Procedimiento de Búsqueda Local 77
Figura 5.7	Esquema 3-opt, se muestran las ocho posibles combinaciones que ofrece el operador 3-opt, dicho operador sólo puede actuar sobre una misma ruta 78
Figura 5.8	Esquema Cross-Exchange, éste operador actúa sobre dos rutas, donde la longitud de los segmentos que intervienen de ambas rutas pueden variar desde cero hasta tres nodos, este enfoque añade una gran versatilidad al esquema 78
Figura 5.9	Algoritmo ACS para la etapa de Ruteo 79
Figura 5.10	Función nueva_solución() 80
Figura 5.11	Esquema del Módulo Construcción, se bosqueja la transformación de cajas de producto a tarimas homogéneas e incompletas 83

Figura 5.12	Esquema del Módulo Asignación	84
Figura 5.13	Curso de acción del Módulo Asignación	85
Figura 5.14	Asignación espiral	86
Figura 5.15	Conversión de tarimas incompletas a heterogéneas	87
Figura 5.16	Procedimiento de Módulo Balanceo	88
Figura 6.1	Grafo de conexión de regiones representativas de la empresa perteneciente al caso de estudio	95
Figura 6.2	Grafo de conexión de la Región 1 de la empresa perteneciente al caso de estudio	96

ÍNDICE DE TABLAS

	<i>Página</i>
Tabla 3.1	Estado del Arte de las variantes del VRP 34
Tabla 3.2	Estado del Arte de software comercial afín 35
Tabla 3.3	Análisis de trabajos de investigación sobre variantes Rich VRP 37
Tabla 4.1	Conjuntos del Modelo ILP para la tarea de Asignación de Rutas y Horarios 40
Tabla 4.2	Definición de parámetros del Modelo ILP para la tarea de Asignación de Rutas y Horarios 41
Tabla 4.3	Variables binarias del Modelo ILP para la tarea de Asignación de Rutas y Horarios 41
Tabla 4.4	Definición de variables enteras del Modelo ILP para la tarea de Asignación de Rutas y Horarios 42
Tabla 5.1	Variantes del VRP presentes en el caso de estudio 50
Tabla 5.2	Elementos básicos presentes en variantes del VRP 52
Tabla 5.3	Elementos particulares presentes en algunas variantes del VRP 52
Tabla 5.4	Características de los elementos involucrados en variantes del VRP del caso de estudio 53
Tabla 5.5	Restricciones involucradas en variantes del VRP del caso de estudio ... 54
Tabla 5.6	Características compuestas involucradas en variantes del VRP del caso de estudio 54
Tabla 5.7	Variantes del BPP presentes en el caso de estudio 58
Tabla 5.8	Elementos básicos presentes en variantes del BPP 60
Tabla 5.9	Características de los elementos involucrados en variantes del BPP del caso de estudio 60
Tabla 5.10	Restricciones involucradas en variantes del BPP del caso de estudio ... 61

Tabla 6.1	Clasificación de las instancias VRPTW de Solomon	91
Tabla 6.2	Comportamiento promedio y cuenta acumulada en relación al número de vehículos del ACS-ARH a través del tiempo aplicado a instancias VRPTW de Solomon	92
Tabla 6.3	Comportamiento promedio y cuenta acumulada en relación al tiempo de viaje del ACS-ARH a través del tiempo aplicado a instancias VRPTW de Solomon	92
Tabla 6.4	Media, desviación estándar y coeficiente de variación en relación a la cantidad de vehículos y el tiempo de viaje del ACS-ARH a través del tiempo aplicado a instancias VRPTW de Solomon	92
Tabla 6.5	Promedio de vehículos en las soluciones obtenidas por el ACS-ARH y los diez mejores métodos conocidos para VRPTW	93
Tabla 6.6	Promedio de tiempo de viaje en las soluciones obtenidas por el ACS-ARH y los diez mejores métodos conocidos para VRPTW	94
Tabla 6.7	Comparativa del desempeño del procedimiento manual, TSHA y SBH-ARHC	97

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN

1.1 Antecedentes

El proceso de distribución y entrega de mercancías es inherente a casi cualquier empresa productora de bienes, en otros casos, consiste en el giro principal de ciertas compañías prestadoras de servicios. A pesar de que dicha tarea puede parecer intrascendente, la entrega de mercancía en un tiempo apropiado con la mínima cantidad de recursos, se traduce en reducción de costos de operación en el orden del 5 al 20% del costo total del producto [Toth, 2001].

Contraria a la idea de que el mercado nacional se encuentre saturado de productos tecnológicos informáticos, en nuestro país, no se cuenta con alguna herramienta de logística que permita automatizar por completo la labor de distribución de productos. Debido a ello, la mayoría de las empresas llevan acabo tal proceso en forma manual, consumiendo una gran cantidad de recursos de planeación y operación.

El Problema de Asignación de Rutas, Horarios y Cargas (RoSLoP, Routing-Scheduling-Loading Problem), inmerso en la actividad de distribución y entrega de productos, es un problema combinatorio de alta complejidad, como consecuencia de las diferentes variables que intervienen en él y la interdependencia existente entre ellas. A causa de esto, la mayoría de los grupos de planeación y logística se centran en encontrar sólo una solución factible dejando de lado el proceso de optimización y la posibilidad de evaluar varias alternativas en un tiempo razonable, con los múltiples beneficios que conlleva este tipo de enfoque.

Se sigue una línea de investigación iniciada en [Rangel, 2005], en dicha investigación se definió RoSLoP, con el fin de caracterizar y delinear el problema de transporte presente en el proceso de distribución y entrega de productos de situaciones reales. Para tal propósito, la descripción general de RoSLoP se basa principalmente en la inclusión de diversas variantes de dos problemas ampliamente conocidos en las ciencias computacionales:

- El Problema del Enrutado de Vehículos (VRP, Vehicle Routing Problem)
- El Problema del Empacado en Contenedores (BPP, Bin Packing Problem)

A pesar del reciente desarrollo de trabajos de investigación que abordan situaciones reales de transporte con una complejidad de hasta cinco variantes del VRP [Pisinger, 2005; Reimann, 2003] y de la comercialización de herramientas de software que involucran incluso seis variantes del VRP [Hall, 2004], hasta el conocimiento que se tiene, aún no se ha concretado un método de solución eficiente que aborde un número mayor de variantes del VRP e integre el BPP.

El presente trabajo de investigación particulariza la definición de RoSLoP a un proceso de distribución y entrega de productos real presente en una empresa embotelladora de alcance nacional, cuya problemática es sumamente compleja debido a la gran diversidad de productos que se manipulan y a las múltiples condiciones de operación.

Con la finalidad de contribuir a la solución de RoSLoP, se desarrolla una metodología de solución para la empresa objeto de estudio. Esta metodología es eficiente en el ambiente real definido con todas las características encontradas, y flexible al ser capaz de resolver

situaciones en las que sólo un subconjunto de los elementos y restricciones del problema general se ven implicados.

1.2 Descripción del Problema de Investigación

En esta tesis se aborda el proceso de distribución y entrega de productos definido en RoSLoP como la conjunción de tres subproblemas: asignación de rutas, horarios y cargas; se busca una configuración adecuada para la asignación de rutas y cargas a vehículos repartidores, detalle de horarios de salida y arribo de los mismos, así como la distribución y acomodo del producto dentro de cada unidad móvil. En la Figura 1.1 se ilustran estas tareas y en las secciones 2.1 a 2.4 se formalizan.

A continuación se describen de manera general los factores que agregan complejidad a RoSLoP, tal descripción se hace en el contexto de la empresa embotelladora utilizada como caso de estudio.

Factores de complejidad:

- Diversos centros de embarque, cada uno de los cuales tiene asociado:
 - Múltiples horarios de trabajo.
 - Una flotilla de unidades móviles de diversos tipos y con distintas posibilidades de carga, en las que para su embarque, debe ser tomado en cuenta el balanceo de peso y similitud de la mercancía. Cada unidad móvil se conforma por carrocerías con un número finito de contenedores, los cuales tienen dimensiones específicas, dentro de éstos últimos es donde el producto es acomodado.
- Clientes o puntos de visita que poseen:
 - Demandas de producto a los centros de embarque cuyo volumen puede superar la capacidad de carga del vehículo más grande.
 - Tiempo de servicio dependiente del tipo de unidad móvil que los visita.
 - Múltiples horarios de atención para los vehículos repartidores.
 - Restricciones de capacidad de atención por cantidad y tipo de unidad.

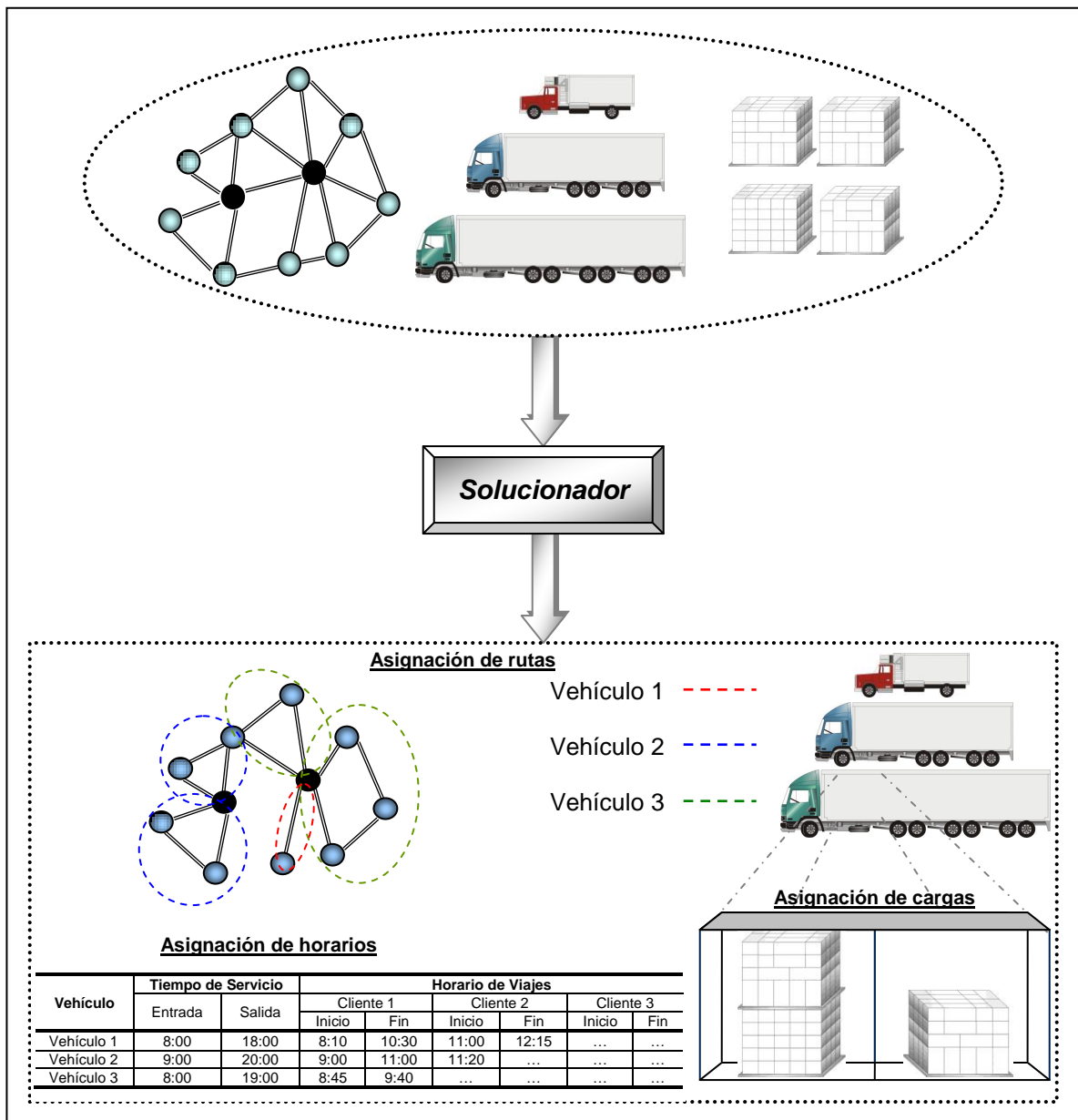


Figura 1.1. Definición gráfica de los subproblemas inmersos en RoSLoP.

- Caminos que conectan clientes y centros de embarque con un costo de viaje asociado dependiente del tipo de unidad que transite.
- Mercancía a ser distribuida que se caracteriza por cajas de producto con diferentes atributos, entre ellos: tamaño, peso, peso soportado y tipo. Las cajas pueden reunirse en camas y apilarse en conjuntos llamados tarimas.

Considerando además:

- Restricciones de la Secretaría de Comunicaciones y Transportes que limitan el tránsito por ciertas carreteras debido al tipo de vehículos que pueden viajar por ellas o al peso total de mercancía que pueden transportar.
- La posibilidad de que un punto de visita sea simultáneamente sea centro de embarque y de recepción (cliente) cuando realiza un pedido a otro centro.

Dados todos los elementos mencionados, se persigue una configuración de rutas, horarios y cargas que cumpla tres objetivos de optimización con preferencia jerárquica:

- Satisfacer las demandas de todos los clientes.
- Minimizar el número de vehículos empleados.
- Reducir el tiempo total de viaje requerido.

Las comunidades científicas de computación en investigación de operaciones han estudiado a profundidad y de manera independiente los problemas de enrutado y carga de vehículos bajo la denominación VRP y BPP respectivamente. Estos problemas pertenecen a la categoría de los problemas más difíciles de resolver: NP-Duros, para los cuales se recomienda la aplicación de estrategias heurísticas que generalmente obtienen soluciones aproximadas.

Dada la extensión y complejidad del proceso de distribución y entrega de productos, y la falta de bancos de prueba reales, en la solución planteada en [Rangel, 2005] se abordaron ocho variantes de VRP, de las cuales sólo cinco fueron validadas experimentalmente. La principal aportación de esa investigación fue el análisis general y detallado del problema, así como un prototipo básico de solución.

La incorporación de nuevas variantes VRP y BPP requiere una completa formalización de la metodología de solución. En el presente trabajo se plantea la solución simultánea de hasta un máximo de once variantes del VRP y cinco variantes del BPP, ello a través de una metodología de solución formalizada y con un enfoque de optimización heurística.

1.3 Delimitación

Los elementos y sus características circunscritos en el desarrollo de la presente investigación fueron tomados con base en la situación real de la empresa embotelladora descrita en la sección anterior; debido a la complejidad operacional que envuelve este tipo de compañías y a la amplia gama de mercancía que manejan, se conjetura que la metodología de solución propuesta puede ser utilizada en casi cualquier compañía que realice el proceso de distribución y entrega de productos con las características mencionadas o un subgrupo de ellas.

Puesto que las restricciones identificadas están presentes total o parcialmente en un gran número de empresas nacionales, es posible suponer que la metodología desarrollada es capaz de solucionar la mayoría de los escenarios de distribución en el país.

1.4 Justificación

Una gran cantidad de empresas nacionales efectúan la programación de transporte para la distribución de productos en forma manual basados en la experiencia. Por ello, el uso de un procedimiento automático con enfoque de optimización que permita asignar rutas, cargas y horarios, contribuirá en gran medida al logro de una mayor eficiencia en tales tareas.

Actualmente el desarrollo de software para el análisis logístico en nuestro país es pobre, por otra parte las herramientas extranjeras disponibles son muy costosas, algunas, endémicas de la región donde fueron desarrolladas, y la mayoría carece del conjunto de restricciones necesarias para abordar una situación apegada a la realidad nacional (como la referida en la sección 1.2). Por lo que una de las problemáticas que encuentra el desarrollo de la Gestión de Transporte es la falta de metodologías robustas que faciliten el diseño de la logística de transporte en situaciones complejas del mundo real.

El desarrollo de una metodología de solución heurística para esta circunstancia constituirá un gran soporte, ya que aún cuando en el mercado actual se encuentra software afín, ninguno está orientado a dar solución a la problemática de programación de transporte y distribución de productos, con las características mencionadas en la descripción del problema de investigación. Las secciones 3.1 y 3.2 presentan una revisión de los métodos de solución publicados en la comunidad científica y software comercial existente respectivamente, sustentando la carencia de herramientas eficaces.

1.5 Objetivos

Objetivo General

Desarrollar una metodología de solución eficiente con enfoque de optimización heurístico para la particularización del RoSLoP en el ambiente real puntualizado en la sección 1.2 y flexible al permitir abordar escenarios en los que sólo un subconjunto de los elementos y restricciones del problema general se vean implicados.

Objetivos Particulares

- Realizar un estudio formal de las diferentes variantes del Problema de Enrutado de Vehículos (VRP) y del Problema del Empacado en Contenedores (BPP) inmersas en el problema real.
- Complementar el desarrollo del Modelo Matemático Integral iniciado en [Rangel, 2005] para las variantes del VRP seleccionadas que permita:
 - Asignar rutas a vehículos disponibles en el centro de embarque de tal manera que se aproveche al máximo su tiempo de servicio.
 - Asignar horarios de salida y arribo para cada una de las unidades móviles.
 - Asignar en cada viaje realizado una carga del producto a distribuir.
 - Considerar las restricciones físicas de los clientes a visitar, los centros de embarque, las flotillas de unidades móviles disponibles y las carreteras para transitar.

y cuyos objetivos en orden de importancia sean:

- Satisfacer todas las demandas.
- Minimizar la cantidad de vehículos empleados.
- Reducir el tiempo de total de viaje de los vehículos.
- Analizar, seleccionar y adaptar un método de solución eficiente para el Modelo Matemático Integral.
- Diseñar un algoritmo eficiente para proporcionar una distribución del producto dentro del vehículo considerando balanceo del peso y similitud de la mercancía.

1.6 Hipótesis

Al automatizar el proceso de distribución y entrega de productos con las características descritas en la definición del problema, y utilizar la metodología de solución con enfoque de optimización heurística, se logrará:

- Minimizar el tiempo de planeación empleado en la solución del RoSLoP inmerso.
- Minimizar los costos de operación de una empresa de magnitud considerable, que haga uso del sistema.

1.7 Alcances y Limitaciones

Alcances

La definición del problema sólo incluye los elementos de complejidad especificados en el apartado 5.1 del presente documento.

La metodología de solución permite, a partir de una instancia del problema encontrar una configuración adecuada para la asignación de rutas a vehículos repartidores, detalle de horarios de salida y arribo de los mismos, así como la distribución y acomodo de la carga dentro de cada unidad móvil (Figura 1.1), satisfaciendo todas las demandas y minimizando tanto la cantidad de vehículos utilizados como el tiempo de transporte requerido por la flotilla.

Limitaciones

- La Detección de inconsistencia en los datos es una tarea de alta complejidad, por lo que se asume que las entradas corresponden a instancias factibles.
- La dificultad computacional del problema RoSLoP imposibilita la solución exacta del modelo matemático correspondiente.

1.8 Organización del Documento

El presente documento se encuentra organizado de la siguiente forma, en el Capítulo 2 son presentados la definición del RoSLoP en el contexto de los tres problemas que involucra: VRP, BPP y Planificación del Procesador; una descripción de los elementos del RoSLoP en un ambiente real, con su correspondiente análisis de complejidad computacional; y un breve panorama de los enfoques de solución. El Capítulo 3 detalla el estado del arte científico y comercial en cuanto a herramientas de solución para el VRP. El modelo matemático para la asignación de rutas y horarios es precisado en el Capítulo 4.

Un estudio formal de los elementos que añaden complejidad al RoSLoP aunado a la metodología de solución compuesta fundamentalmente por un Sistema de Colonia de Hormigas y DiPro, un algoritmo heurístico determinista, son mostrados en el Capítulo 5. Finalmente el Capítulo 6 contienen la experimentación realizada, mientras que el Capítulo 7, presenta las conclusiones generadas y trabajos futuros vislumbrados.

Capítulo 2

MARCO TEÓRICO

2.1 El Problema del Enrutado de Vehículos

La programación y enrutado de vehículos ha sido de gran interés para la comunidad científica en los últimos cincuenta años debido a los beneficios que traería el poder encontrar una solución óptima, a pesar de la complejidad que esta tarea involucra.

El Problema del Enrutado de Vehículos (VRP, Vehicle Routing Problem), es el nombre bajo el cual se encuentra comprendida toda una clase de situaciones; en las que debe determinarse un conjunto de rutas, visitando ciudades o clientes geográficamente dispersos por una flotilla de vehículos (asociada a uno o más centros de embarque), ver Figura 2.1. El objetivo primordial del VRP, como lo planteó [Dantzing, 1959] es satisfacer las demandas conocidas de los clientes mediante uno o varios circuitos que inician y terminan en el centro de embarque. Como cada camión es asociado a una ruta o circuito, se persigue minimizar la cantidad de vehículos empleados.

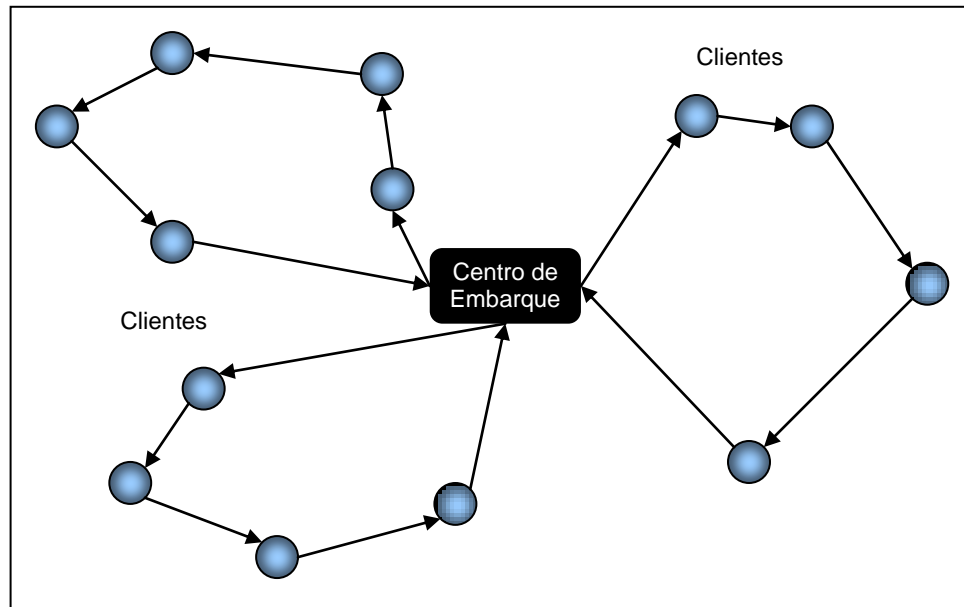


Figura 2.1. Ejemplo gráfico de VRP.

2.1.1 Definición Formal

El VRP se compone por un centro de embarque, una flotilla de m vehículos disponibles y un conjunto de n clientes a visitar, los cuales se relacionan geográficamente mediante un grafo $G(V, E)$, donde:

- $V = \{v_0, v_1, v_2, \dots, v_n\}$ es el conjunto de vértices v_i , tal que $v_i \in (V - \{v_0\})$ representa los clientes y v_0 el centro de embarque.
 - Todo cliente tiene una demanda q_i a satisfacer por el centro de embarque.
- $E = \{(v_i, v_j) \mid v_i, v_j \in V \wedge i \neq j\}$ es el conjunto de arcos.
 - Cada arco tiene asociado un valor c_{ij} que representa el costo de transporte de v_i a v_j .

La tarea a resolver es determinar un conjunto R de rutas de costo total mínimo, que inician y terminan en el centro de embarque, donde cada vértice $v_i \in (V - \{v_0\})$ es visitado sólo una vez y el costo de cada ruta debe ser menor o igual a $U \in \mathfrak{R}^+$, un umbral definido en términos de costo de transporte. El objetivo primordial es obtener una configuración con la mínima cantidad de vehículos que satisfagan las demandas de todos los clientes.

2.1.2 Variantes del VRP

Debido al alto nivel de relajación con que cuenta la definición original de VRP, se han desarrollado a lo largo del tiempo diversas variantes de este problema, cada una de las cuales propone una restricción adicional al planteamiento, incrementando al mismo tiempo tanto la dificultad como la cercanía con un modelo de la realidad. En seguida se presenta una recapitulación de las variantes más comunes que se encuentran en la literatura¹.

VRP Capacitado

(CVRP, Capacitated VRP). Es la variante VRP más común que existe y se encuentra incluida en todas las extensiones más complejas. De acuerdo a [Blasum, 2002; Ralphs, 2003; Shaw, 1998] el CVRP posee un número de vehículos con capacidad de carga limitada, ésta no debe ser excedida en la ruta asignada. El objetivo es encontrar un conjunto de rutas tal que minimice el número de unidades empleadas.

VRP con Ventanas de Tiempo

(VRPTW, VRP with Time Windows). Con base en [Jong, 1996; Shaw, 1998; Gambardella, 1999; Dorronsoro, 2005] la descripción del VRPTW es similar al CVRP, la diferencia es que adiciona ventanas de tiempo en los clientes (lapsos de tiempo dentro de los cuales sólo se atiende a los vehículos) y en el centro de embarque. El problema es multiobjetivo manipulándose de manera jerárquica: 1) minimizar el número de vehículos utilizados y 2) minimizar el tiempo total de viaje necesario para proveer a todos los clientes.

VRP con Múltiples Ventanas de Tiempo

(VRPMTW, VRP with Multiple Time Windows). Estudiada en [Jong, 1996], esta variante se considera una generalización del VRPTW, pues amplía su definición al uso de diferentes ventanas de tiempo por cliente. En situaciones reales estas ventanas de tiempo variadas se pueden interpretar como los diferentes turnos de trabajo de los clientes.

¹ Se refiere a [Rangel, 2005] para una revisión más extensa en cuanto a número de variantes.

VRP con Múltiples Centros de Embarque

(MDVRP, Multiple Depots VRP). El MDVRP de [Mingozi, 2003; Jin, 2004] plantea un conjunto de centros de embarque cada uno con una flotilla de vehículos propia a través de los cuales se satisfacen las demandas de los clientes. Si los clientes están agrupados en los centros de embarque (es decir, un conjunto específico de clientes es asociado a un centro de embarque determinado) se considera cada grupo como un problema VRP independiente y se resuelve como tal. Por otro lado si los clientes y centros de embarque se encuentran entremezclados entonces se tiene un caso de MDVRP. El objetivo es minimizar la flotilla de vehículos empleada y la suma del tiempo de viaje, satisfaciendo las demandas de todos los clientes para los distintos centros de embarque.

VRP con Partición y Entrega

(SDVRP, Split Delivery VRP). [Archetti, 2001; Dorronsoro, 2005] consideran al SDVRP como una complicación del VRP, donde es permitido que un cliente sea servido por diferentes vehículos si esto reduce el costo general. Este enfoque es importante si el tamaño de las órdenes de los clientes es mayor o igual a la capacidad de los vehículos. En [Dror, 1994] se concluyó que es aún más difícil obtener una solución óptima para el SDVRP que para el VRP clásico.

VRP Dependiente del Sitio

(sdVRP, site dependent VRP). [Thangiah, 2003; Pisinger, 2005] lo describen indicando que algunos clientes deben ser abastecidos sólo por un subconjunto de vehículos o centros de embarque previamente especificados. Esta dependencia en ciertos casos se debe a que las condiciones geográficas de los clientes no permiten que toda la flotilla disponible de un almacén pueda ser empleada para cubrir sus pedidos o bien, que los clientes sólo puedan recibir vehículos de hasta un tamaño específico por la capacidad de sus andenes.

VRP con Múltiple Uso de Vehículos

(VRPM, VRP with Multiple Use of Vehicles). A diferencia del VRP estándar donde los vehículos son usados una sola vez, en la extensión VRP estudiada en [Fleischmann, 1990; Taillard, 1996; Dorronsoro, 2005], las unidades de transporte pueden ser asignadas a tantas

rutas como su tiempo de servicio les permita. El VRPM busca reducir el número de vehículos que son necesarios para cubrir las demandas y minimizar los costos totales.

VRP con Flotilla Heterogénea

(HVRP, Heterogeneous Fleet VRP). En [Taillard, 1999; Gendreau, 1998] se explica que en esta variante los clientes son atendidos por vehículos con propiedades diferentes, variando su capacidad y costo.

VRP con Capacidad Limitada

(CCVRP, Customer Capacity VRP). [Rangel, 2005] establece que tanto los clientes como los centros de embarque pueden tener una capacidad limitada para atender simultáneamente a los vehículos que los abastecen, esto producto de diferentes situaciones, como por ejemplo del número de andenes que poseen.

VRP con Demandas en los Centros de Embarque

(DDVRP, Depot Demand VRP). En [Rangel, 2005] se propone la posibilidad de que algunos centros de embarque puedan ser clientes de otros centros.

En el siguiente apartado se define el Problema del Empacado en Contenedores así como una breve revisión de las variantes más significativas.

2.2 El Problema del Empacado en Contenedores

El Problema del Empacado en Contenedores (BPP, Bin Packing Problem) ha sido objeto de un sin fin de estudios a través del tiempo, a causa de lo contrastante entre su sutil definición y lo complejo que puede llegar a ser la solución.

La idea básica, trazada en la Figura 2.2, consiste en encontrar la distribución de una serie de objetos con un peso variable, dentro de un conjunto de contenedores homogéneos, los objetos son colocados dentro de los contenedores mientras no excedan la capacidad de carga de estos

últimos, es importante aclarar que las dimensiones tanto en objetos como en contenedores son teóricamente despreciables, en otras palabras, mientras la capacidad de carga de un contenedor le permita asignar más objetos dichos elementos podrán ser acomodados sin ninguna consideración por su altura, ancho o largo. El objetivo es minimizar la cantidad de contenedores necesarios para efectuar la tarea.

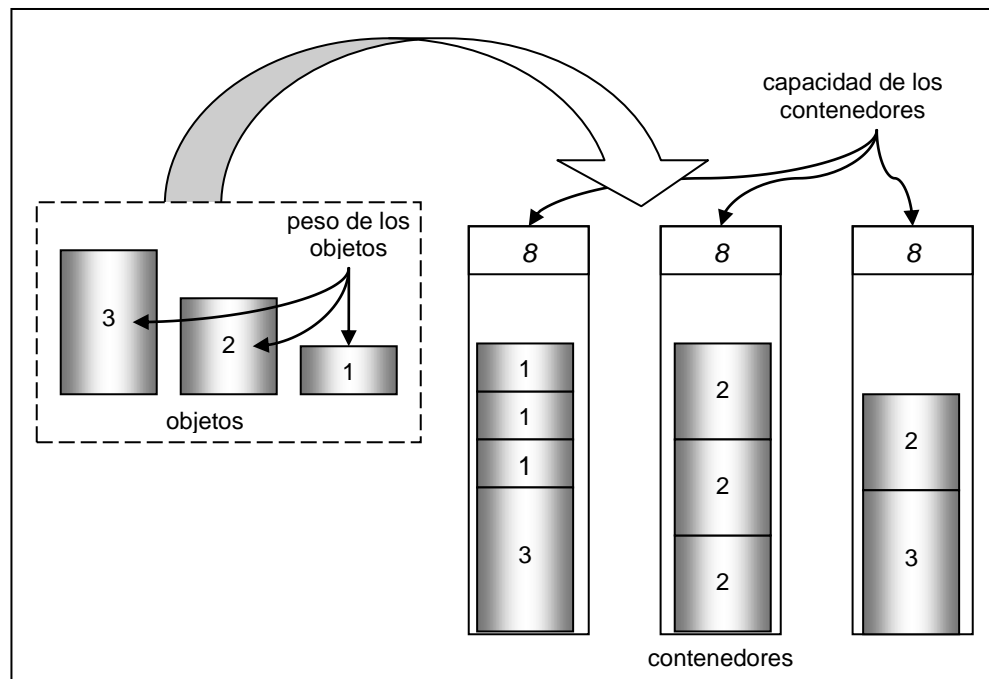


Figura 2.2. Ejemplo gráfico de BPP.

2.2.1 Descripción Formal

El BPP se compone una secuencia de n objetos a distribuir y un número ilimitado de contenedores con una capacidad de carga c , donde:

- $L = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ es el conjunto objetos a_i , donde cada objeto a_i tiene un peso dado $0 < s(a_i) \leq c$.
- $B = \{B_1, B_2, \dots, B_j\}$ es el conjunto de contenedores.

La tarea a resolver es encontrar una partición de L mínima, $L = B_1 \cup B_2 \cup \dots \cup B_m$, tal que en cada contenedor B_j la sumatoria del peso de cada objeto $s(a_i)$ en él no exceda c , esto es

$\sum_{a_i \in B_j} s(a_i) \leq c, 1 \leq j \leq m$. De acuerdo con [Coffman, 2002] en la versión discreta del BPP de una dimensión (BPP 1D) particularizada anteriormente, la capacidad del contenedor es un entero c y por simplicidad el peso de cada objeto $s(a_i) \in \mathbb{N}$.

2.2.2 Variantes del BPP

A pesar del desarrollo de variantes del BPP en forma homóloga al VRP, de las cuales algunas son descritas en seguida, es fácil apreciar que el BPP es similar al problema de asignación de cargas (esbozado en la sección 1.2) en su concepto, pero lejano en cuanto al número y variedad de restricciones impuestas en la situación real (esto es evidenciado en la sección 5.1.2). Este apartado expone de manera sucinta las variantes del BPP involucradas en la presente investigación.

BPP con Capacidad Restringida

(BPPCC, BPP Capacity Constrained). [Kang, 2003] lo llama también el BPP de tamaño variable, pues cada uno de los contenedores cuenta con una capacidad específica.

BPP con Cardinalidad Restringida

(BPPcC, BPP Cardinality Constrained). Esta variante analizada en [Epstein, 2005] añade un límite en cuanto al número de objetos que pueden ser colocados en un contenedor.

BPP en Línea

(BPPOn, BPP On-line). De acuerdo con [Epstein, 2005] en esta variante el conjunto total de elementos a ser acomodados no se conoce al principio del proceso, por lo que se deben ir empacando conforme llegan, esto imposibilita el asumir algún tipo de conocimiento a priori. Los objetos pueden estar sujetos a ciertas prioridades.

BPP con Objetos Frágiles

(BPPFO, BPP with Fragile Objects). En [Chan, 2005] se especifica como un BPP donde cada objeto tiene un umbral de peso máximo soportado sobre si mismo para no sufrir daño o

deterioro, por lo tanto es necesario contabilizar el peso de carga sobre cada objeto para no violar esta restricción.

BPP con Múltiples Destinos

(MDBPP, Multiple Destination BPP). [Verweij, 1996] detalla el hecho de que los objetos tengan que ser descargados en múltiples destinos por lo que es importante el orden de su acomodo.

2.3 El Problema de Planificación del Procesador

El Problema de Planificación del Procesador también conocido como Asignación de Procesadores es propio de los sistemas distribuidos. Dichos sistemas pueden verse como una colección de estaciones de trabajo personales, donde es necesario decidir cuál proceso o subtarea debe ejecutarse y en qué máquina. La Planificación del Procesador es un problema de optimización en forma natural, pues se persigue maximizar el uso de los procesadores, o minimizar el tiempo promedio de respuesta, según sea el enfoque. Debido a la menor trascendencia de éste problema en la definición de RoSLoP, se refiere a [Tanenbaum, 1996] para una revisión más extensa.

El siguiente apartado muestra la formulación de RoSLoP en el contexto de los tres problemas revisados: VRP, BPP y Planificación del Procesador.

2.4 El Problema de Asignación de Rutas, Horarios y Cargas

El Problema de Asignación de Rutas, Horarios y Cargas (RoSLoP, Routing-Scheduling-Loading Problem) como su nombre lo indica, involucra tres subareas: asignación de rutas, asignación de horarios y asignación de cargas. Donde las dos primeras se pueden describir como un problema Rich VRP [Pisinger, 2005], un entorno donde diversas variantes del VRP participan en la definición de una situación más compleja y cuyo objetivo es encontrar un

conjunto de rutas que satisfagan las demandas. Por otro lado, la asignación de cargas puede verse como un conjunto de variantes BPP donde se debe determinar una cantidad mínima de contenedores para distribuir los productos con la condición adicional del balanceo, ésta última modelada por el Problema de Planificación del Procesador.

En [Rangel, 2005] se generalizó RoSLoP con la finalidad de brindar una solución al problema del transporte en todos los posibles panoramas que se puedan dar. Debido a que no existe un conjunto finito de restricciones que permitan definir a RoSLoP en forma concluyente, éste se especifica en el contexto de variantes de los tres problemas anteriormente examinados: VRP, BPP y Planificación del Procesador; la Figura 2.3 muestra la relación de RoSLoP con dichos problemas en su concepción teórica.

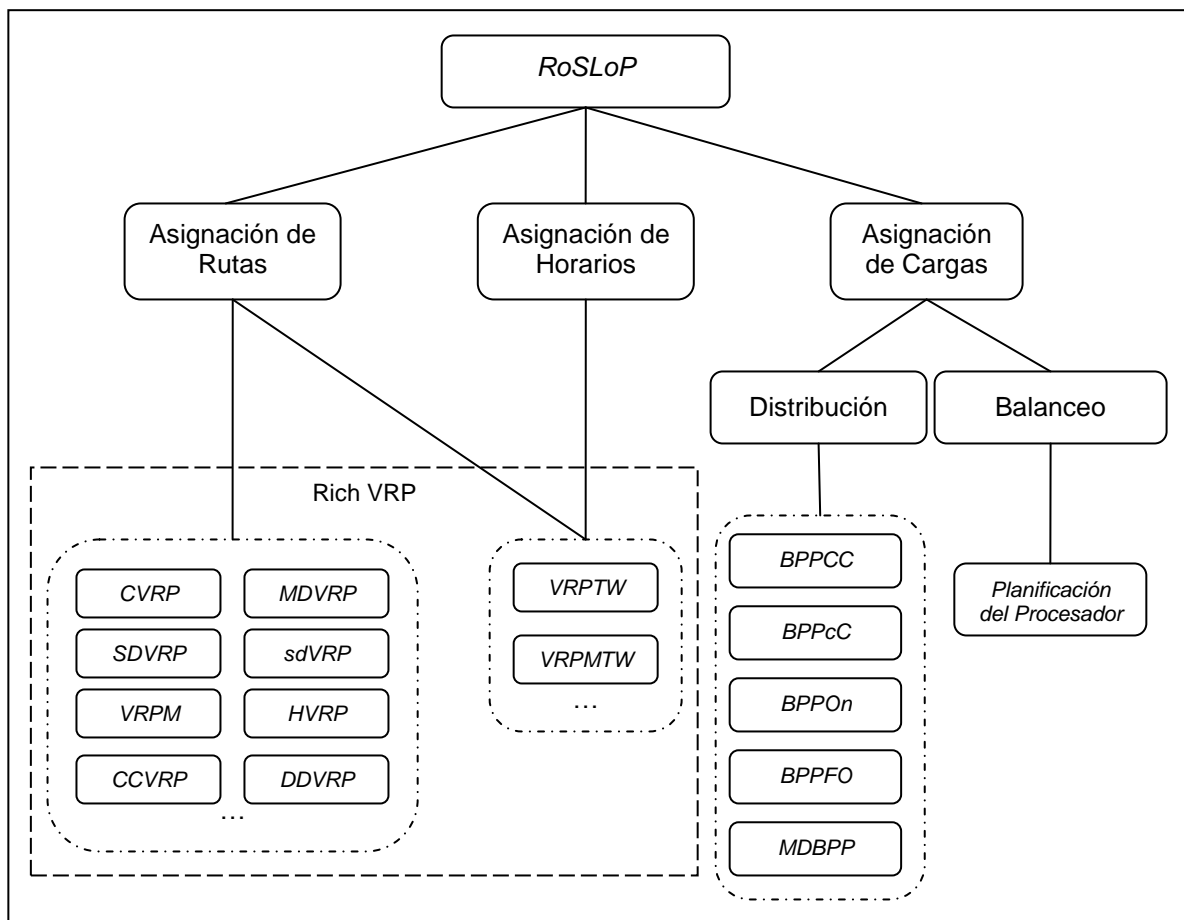


Figura 2.3. Relación de los problemas que participan en RoSLoP.

Formulación de RoSLoP: dado un complejo de clientes, centros de embarque y flotillas de vehículos repartidores circunscritos al proceso de distribución y entrega de productos, en el cuál se encuentra inmerso un conjunto de variantes tanto VRP como BPP que lo restringen y en forma optativa la función objetivo del Problema de Planificación del Procesador en el acomodo de la mercancía dentro de las unidades móviles, es necesario diseñar y asignar rutas, horarios y cargas a los vehículos de manera que:

- Se satisfagan las demandas de los clientes;
- El costo total del proceso sea minimizado; y
- Las restricciones impuestas por las variantes VRP y BPP sean satisfechas.

2.5 RoSLoP en un Ambiente Real

En los siguientes apartados se presentan los detalles de cada una de las tareas involucradas en el RoSLoP inmerso en el proceso de distribución y entrega de productos tomado de una empresa real. Cabe mencionar que esta sección es producto del análisis del problema real estudiado, y que dicha información se presenta en el Marco Teórico para facilitar la comprensión del documento.

2.5.1 Asignación de Rutas en un Ambiente Real

En esta sección se pormenoriza cada factor encontrado en el ambiente real indispensable para la creación de las rutas. Es importante destacar que los objetivos principales en esta tarea son: minimizar la cantidad de vehículos necesarios para la construcción de rutas y de forma secundaria minimizar el tiempo de viaje requerido por todas las rutas asignadas.

Clientes

Cada cliente puede realizar más de un pedido, el cual debe ser especificado para un centro de embarque y satisfecho por éste.

Centros de Embarque ó Almacenes

Existe la posibilidad de que los centros de embarque soliciten producto a otros centros, comportándose al mismo tiempo como clientes.

La Ubicación de los Clientes y Centros de Embarque

La ubicación se refiere a las conexiones geográficas que existen entre cada una de las localidades (entiéndase por localidad un centro de embarque o cliente indistintamente). Cada localidad puede enlazarse con las demás de diferentes maneras, estos enlaces son expresados a través de conexiones. Un enlace directo entre dos localidades cualesquiera se denomina viaje, una secuencia de viajes entre localidades que inicia y termina en el centro de embarque forma un recorrido. El recorrido es evaluado con un peso, que proviene de la suma de los costos de cada conexión.

Horarios de Atención de los Clientes y Centros de Embarque

Los clientes deben de ser atendidos en determinados periodos de tiempo, por lo que cada cliente tiene horas específicas en las cuales puede recibir mercancía, las unidades de transporte deben coordinarse de tal manera que descarguen el producto en los clientes dentro de estos tiempos. De forma análoga los centros de embarque cuentan con diversos horarios de trabajo para satisfacer las demandas de los clientes. Es importante destacar que tanto un mismo cliente como un centro de embarque pueden poseer varios horarios.

Capacidad de los Clientes y Centros de Embarque

Cada localidad cuenta con andenes para recibir a los vehículos repartidores, esta característica da lugar a dos condiciones dependientes del punto de visita: primera, a causa de la cantidad finita de andenes en cada localidad, sólo el mismo número de vehículos pueden ser atendidos en forma simultánea; segunda, debido primordialmente a las restricciones físicas de dichos andenes y en otros casos a políticas de las empresas, cada cliente define a un subconjunto de unidades móviles que puede recibir. Si un vehículo arriba a una localidad y la capacidad de atención del sitio está cubierta en su totalidad, es decir todos los andenes se encuentran ocupados, deberá permanecer en el lugar hasta que pueda ser atendido.

La Demanda de los Clientes

Se refiere a la cantidad de mercancía o producto solicitada por un cliente y que debe ser satisfecha por el centro de embarque especificado. En ocasiones las demandas pueden superar la capacidad de los vehículos disponibles por lo cual será necesario programar más de un viaje para satisfacerla.

Capacidad de los Vehículos

La capacidad de un vehículo se refiere a qué tanto puede ser llenado. Por lo general, ésta es regulada por el peso total o la altura del producto que transporta. Sin embargo, pueden existir otras limitantes como normas de transporte emitidas por la Secretaria de Comunicaciones y Transportes (SCT), o por la misma compañía, que restrinjan la carga de un camión dependiendo del lugar por donde transita. Cada flotilla asociada a los diferentes centros de embarque posee propiedades que varían; por ejemplo, capacidad de carga, costos de viaje y tiempo de descarga.

Tránsito de los Vehículos

Es necesario limitar el tránsito de los vehículos por algunas carreteras debido al tipo de vehículos que pueden viajar por ellas basado en normas de la SCT.

Horarios de Servicio de los Vehículos

Cada vehículo tiene un periodo de tiempo durante el cual está disponible para transportar productos a los clientes, fuera de ese horario no le es posible realizar viajes. Se debe considerar que las unidades deben regresar al centro de embarque al que pertenecen antes de que su horario de trabajo finalice.

Tiempo de Servicio de los Vehículos

En el centro de embarque existe un lapso de tiempo de carga del vehículo en el cuál se rellena la unidad de producto a repartir, de la misma manera en los clientes hay un tiempo para descargar el producto que suple al cliente, dejándolo listo para iniciar el siguiente viaje (el traslado de un vehículo de una localidad a otra adyacente). La planificación de las rutas debe considerar que el vehículo no sobrepase el horario de atención del cliente al descargar los

bienes. Como ya se mencionó esta característica varía de acuerdo al tipo de unidad móvil y punto de visita.

Propiedad de los Vehículos

Los vehículos disponibles pueden ser propios de la compañía o arrendados, por lo tanto se podría preferir el uso de los no rentados sobre los que si lo son (debido al costo que éstos últimos ocasionan), esta característica puede manipularse por nivel de preferencia.

2.5.2 Asignación de Horarios en un Ambiente Real

La asignación de horarios se crea con base en las rutas que se hayan construido y respetando los horarios de atención de los diferentes puntos de visita. El factor a considerar en este proceso es el horizonte de planeación.

Horizonte de Planeación

El horario de servicio del centro de embarque normalmente se ajusta al horario de servicio de los vehículos, sin embargo puede ser independiente, es decir, un horario donde se definen dos tiempos diferentes, uno para carga de productos y otro de retorno de unidades móviles.

2.5.3 Asignación de Cargas en un Ambiente Real

En el problema real tomado para la presente investigación se debe acomodar el producto de forma eficiente dentro de los vehículos, con el objetivo es minimizar la cantidad de vehículos necesarios para distribuir la carga; la organización de la mercancía se hace en contenedores dentro de cada uno de los vehículos, respetando ciertos lineamientos de acomodo, para ello se utilizan unidades de asignación específicas.

Unidades de Asignación

Las unidades involucradas en el proceso de asignación de cargas son caja, cama y tarima. A continuación se describe cada una de ellas y sus propiedades.

Caja. La unidad mínima de distribución son cajas de productos, esta es el elemento base con el que los clientes realizan su pedido. Las cajas sólo contienen un mismo tipo de producto y poseen algunas propiedades que se hacen necesarias para la labor de distribución.

- *Altura.* Es la longitud vertical del la caja que contiene el producto.
- *Peso.* Es el peso total de la caja llena de producto.
- *Peso Soportado.* Es una medida general de cuánto producto puede ser colocado arriba de una caja sin que el producto que ésta contenga sufra daño alguno. En otras palabras es la resistencia del producto. Esta propiedad es muy importante por que permite controlar cuánto producto puede ir arriba de otro, el manejo apropiado de la misma puede llevar a distribuciones eficientes.
- *Categoría.* Característica que permite identificar qué productos son compatibles al asignarse el mismo valor de categoría. La similitud que se expresa con esta propiedad es en cuestión de dimensiones, es decir, productos de la misma categoría son productos cuyas diferencias son despreciables para la labor de asignación de cargas y se optan por tomarlos como iguales al momento de construir camas.
- *Área de Restos.* Al igual que la categoría, éste valor identifica compatibilidad de los productos, sólo que en relación con la ubicación de los mismos. El área de restos es el sitio donde se encuentra localizado todo el producto perteneciente a tarimas incompletas y se encuentra dividido en zonas, cajas de productos de la misma zona podrán combinarse para formar unidades más complejas (ver Figura 2.4), el término tarima incompleta será explicado más adelante.

Camas. Debido a la dificultad de asignar las cajas a los contenedores de los vehículos, se requiere la creación de elementos que ofrezcan una mejor gestión. Las camas son conjuntos de cajas ordenadas de tal manera que su largo y ancho se ajusta al del contenedor del camión. Al igual que las cajas individuales, las camas poseen algunas propiedades necesarias para poder realizar la distribución, dichas propiedades son:

- *Número de Cajas de Producto.* Este valor depende del producto que las compone refiriéndose al número de cajas que forman la cama.

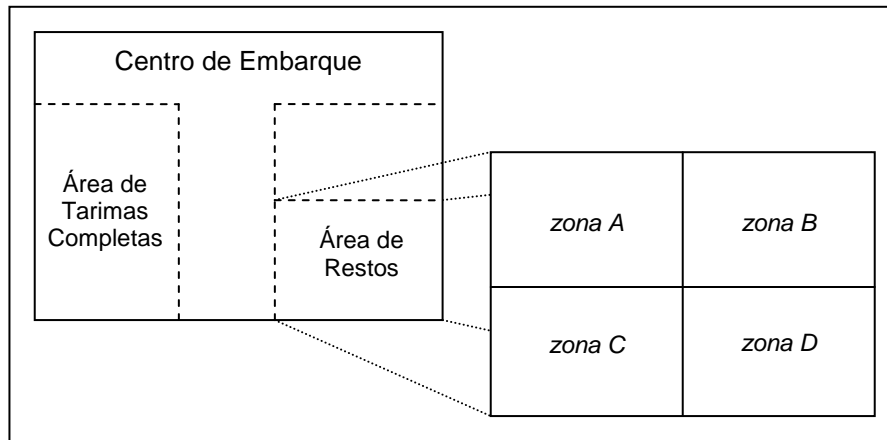


Figura 2.4. Áreas de Restos de los Centros de Embarque.

- *Altura.* Es la altura dimensional del producto que la compone. Debido a que las diferencias de altura, el ancho y largo de los productos que conforman una cama deben ser nulos o despreciables, el valor de este atributo es la altura de cualquiera de las cajas de producto que constituyen dicha cama.
- *Peso.* El peso de una cama es igual a la sumatoria de los pesos de cada una de las cajas que hay en ella.
- *Peso Soportado.* Su acepción es idéntica al de las cajas, su valor se obtiene del menor peso soportado de todas las cajas que integran la cama.
- *Categoría y Área de Restos.* Estas propiedades se heredan de cualquier producto dentro de la cama.

Tarima. A pesar de que las camas proporcionan una unidad de asignación más cómoda, es necesario adaptarse a las condiciones físicas del almacén. En la mayoría de las empresas, esta organización se lleva en tarimas homogéneas (tarimas de un mismo producto) y en áreas de restos (elementos que no forman parte de alguna tarima homogénea por diferencias aritméticas). El área de restos es un lugar especial donde se mandan las tarimas que han quedado incompletas y generalmente tiene zonas dentro de ellas para clasificar productos (ver Figura 2.4), a partir de dichos restos se crearán tarimas heterogéneas (tarimas de varios productos), con los lineamientos que se mencionan más adelante.

En general, las tarimas son una unidad de asignación que surge de la necesidad de control del producto dentro del almacén y para facilitar su manejo por los montacarguistas, quienes mueven el producto dentro del centro de embarque y lo colocan en los vehículos. Son propiedades de las tarimas:

- *Umbral de altura.* Para las tarimas homogéneas existe un número de camas fijo que las constituye, mientras que para tarimas heterogéneas se cuenta con una cota máxima en términos de magnitud física (altura).
- *Altura.* La altura de una tarima es la sumatoria de la altura de todas las camas que la componen y la altura de la base de la tarima (un pedestal sobre el cual es colocado todo el producto).
- *Peso.* Es el acumulado de las cajas de producto que conforma la tarima y el peso de la base de la tarima.
- *Peso Soportado.* Se obtiene de la menor de todas las diferencias entre el peso soportado de cada cama que conforma la tarima menos la respectiva suma del peso de las cajas más pesadas pertenecientes a las camas superiores.
- *Área de Restos.* Ésta propiedad se hereda de cualquier producto dentro de la tarima.

Las tarimas no poseen la propiedad de categoría debido a que no importan las diferencias de altura entre camas, siempre que no se rebase el umbral de altura. La manipulación de camas y tarimas en vez de cajas reduce sustancialmente la complejidad del problema al reducir un aspecto de tres dimensiones (altura, ancho y largo) a forma lineal (sólo altura).

Lineamientos para la Formación y Acomodo de Unidades de Asignación

En seguida se enumeran los lineamientos para la formación y acomodo de camas y tarimas.

- Una cama homogénea se compone por cajas de un mismo producto.
- Una cama heterogénea se compone por productos de la misma categoría y área de restos.
- Una tarima homogénea se compone sólo de camas homogéneas del mismo producto y tiene una altura dimensional igual al número de camas que conforman una tarima homogénea por la altura del producto.
- Una tarima incompleta se puede formar de dos maneras:

- Por un conjunto de camas homogéneas que forman una tarima homogénea incompleta, pues el número de camas que contiene es menor al estándar.
- Por al menos una cama heterogénea.
- Una tarima heterogénea se forma de tarimas incompletas pertenecientes a la misma área de restos y a la cual no es posible añadirle otra cama porque se quebrantaría el umbral de altura, o el peso soportado, o porque no hay más producto disponible.
- Tanto las tarimas homogéneas como las heterogéneas son consideradas tarimas completas.
- Las tarimas completas son consideradas como la unidad básica de asignación.

Capacidad de Contenedores

Todo vehículo en el cual se acomoda el producto, cuenta con un número finito de carrocerías, cada carrocería está conformada por contenedores. Un contenedor es una sección física con cierta altura y cuyas dimensiones en cuanto largo y ancho son compatibles con las tarimas formadas (ver Figura 2.5).

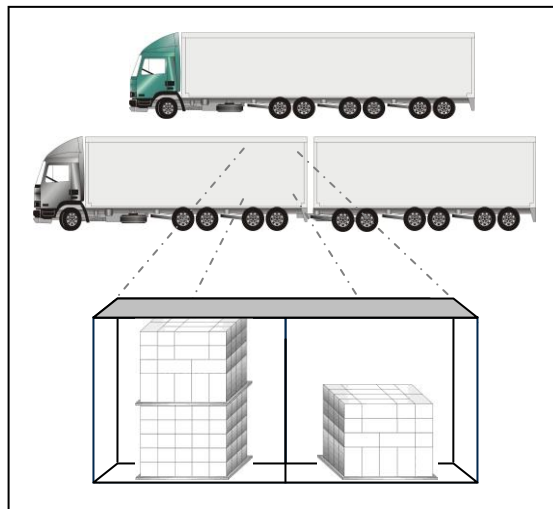


Figura 2.5. Configuración física de los vehículos.

Restricciones en el Proceso de Asignación

Las restricciones identificadas en el proceso real de estudio se muestran en esta subsección.

- Las camas pueden apilarse si y solo si para toda cama el peso de la caja más pesada acumulado de cada cama superior es menor o igual que su peso soportado.

- Dentro de una tarima las camas del mismo producto deben permanecer juntas.
- La altura de las tarimas heterogéneas está acotada.
- El máximo número de tarimas que pueden apilarse en un contenedor está acotado, y pueden colocarse hasta esta cantidad de tarimas si su altura no excede la capacidad del contenedor y si toda tarima soporta el peso acumulado de las tarimas superiores.
- Cada tarima sólo puede incluir producto del pedido de un cliente a un centro de embarque.
- Las tarimas deben acomodarse con base en el orden de vista de los clientes, es decir al descargar las tarimas de un cliente dado en su tiempo de visita no debe ser necesario mover alguna tarima que no pertenezca a tal cliente.
- La carga total transportada por un vehículo no debe superar el peso máximo soportado por él sin ejes neumáticos más el producto del número de ejes neumáticos por el peso extra por eje.
- Los vehículos deben acatar las normas de la SCT cuando transitan por las diferentes carreteras, dichas normas se refieren en general al peso máximo que una carretera soporta con base en las características físicas de un vehículo.

Balanceo de la Carga

La condición de balanceo de la carga establece un orden específico con base en la secuencia de visita a los clientes pertenecientes a un mismo recorrido, el producto de los primeros clientes en ser visitados se prefiere en la parte posterior de la unidad y los últimos en la frontal, en forma conjunta la carga debe distribuirse de manera que las tarimas de mayor peso se coloquen en la parte frontal del vehículo y las de menor en la parte posterior.

La sección sucesiva puntualiza el grado de complejidad del RoSLoP comprendido en la presente investigación.

2.6 Complejidad de RoSLoP

En los problemas de tipo combinatorio el método tradicional para encontrar una solución óptima es realizar una búsqueda exhaustiva en el conjunto de soluciones posibles, es decir generar todas las configuraciones factibles, calcular su costo y elegir aquella que ofrezca mejores resultados. Esta metodología no es eficiente debido al crecimiento exponencial del tiempo de cálculo en función de varios factores como la complejidad de la instancia del problema. En 1971 Stephen Cook² propuso los fundamentos para lo que hoy se conoce como la teoría NP-Complejidad. Esta conjetura permite clasificar a los problemas en dos clases:

- Clase P, aquellos para los que se conocen algoritmos de solución en tiempo polinomial, considerándose solucionables eficientemente.
- Clase NP, donde pertenecen la mayoría de los problemas encontrados en la práctica; para éstos se desconoce un algoritmo polinomial de resolución.

Stephen Cook demostró que existen problemas de decisión NP, los cuales son extremadamente complicados, denominándolos NP-Complejos. A la versión de optimización de éstos, debido a que implican mayor grado de dificultad, los nombró NP-Duros.

2.6.1 Complejidad en la Asignación de Rutas

Con base en lo descrito en la sección 2.4 y la Figura 2.3 la tarea de asignación de rutas se conforma por un Rich VRP, que como ya se explicó es una colección de diversas variantes del VRP. El VRP clásico por definición propia es un problema de optimización entera de naturaleza NP-duro, esto significa que el esfuerzo computacional requerido para resolverlo incrementa exponencialmente en relación a la complejidad del mismo.

La dificultad combinatoria del VRP recae conceptualmente en la intersección de dos tipos de problemas:

- El Problema del Agente Viajero (TSP, Traveling Salesman Problem). Suponiendo que la capacidad del vehículo es infinita, un VRP se simplifica al hecho de encontrar un

² Garey, Michael R., Johnson, David S. 1997. *Computers and Intractability. A Guide to the Theory of NP-Completeness*. Editorial W.H. Freeman and Company. Página 13.

circuito hamiltoniano, lo cual es la definición del TSP. Por otro lado si la capacidad de los vehículos es finita, de tal forma que es imposible satisfacer a todos los clientes en un solo recorrido, el VRP puede representarse como un TSP Múltiple (MTSP, Multiple Traveling Salesman Problem), una instancia de MTSP puede ser transformada en su equivalente TSP añadiendo al grafo $k-1$ (siendo k el número de rutas) copias adicionales del nodo centro de embarque y sus arcos incidentes (no existiendo arcos entre los $k-1$ nodos y el centro de embarque).

- El BPP 1D ya descrito. El VRP puede visualizarse como un BPP 1D, suponiendo que cada ruta es análoga a un contenedor y cada pedido de un cliente a un objeto cuyo peso es el costo de viaje para satisfacer la demanda del mismo.

De lo anterior se puede inferir que una solución factible al VRP es una trayectoria TSP (en un grafo expandido) que satisface las restricciones del BPP 1D, es decir el VRP se puede definir como una intersección entre TSP y BPP 1D. Dado que TSP y BPP son NP-duros [Garey, 1997], se sigue que VRP (siendo aún más complejo) también pertenece a la clase NP-Duro. Si el VRP clásico es NP-Duro, se induce que toda variante del VRP también lo es, igual complejidad tendría un Rich VRP compuesto por distintas versiones del VRP. Por lo tanto, se conjetura que la tarea de asignación de rutas al ser definida como un Rich VRP pertenece a la clase NP-Duro.

2.6.2 Complejidad en la Asignación de Horarios

La tarea de programación de horarios también es NP-Dura debido a que ésta problemática recae en las variantes VRPTW y VRPMTW [Marinakis, 2002]. En este trabajo de investigación, la programación de horarios es inicialmente resuelta junto con el problema de asignación de rutas, sin embargo, en la solución se obtiene un horario estándar que debe ser transformado al horario real manejado por la empresa; para cada cliente asignado a los vehículos disponibles. La generación de los horarios reales en este trabajo es realizada en un proceso con complejidad algorítmica $O(m \cdot n)$, donde m es el número de vehículos disponibles para cubrir las demandas y n es el número de clientes con una demanda a satisfacer.

2.6.3 Complejidad en la Asignación de Cargas

Finalmente la labor de asignación de cargas, donde el pedido de los clientes es distribuido en los contenedores de los vehículos, esta relacionado con el BPP y el Problema de la Planificación del Procesador (sección 2.4), como BPP es NP-Duro [Martello, 1990], la distribución de la carga también se encuentra dentro de este clase, incrementando la dificultad de RoSLoP.

2.6.4 Complejidad del Panorama General

A causa de que las tareas de asignación de rutas, horarios y cargas que conforman RoSLoP están definidas por problemas NP-Duros, se concluye, por simple deducción, que RoSLoP siendo aún más complejo, por la conjunción de las diversas situaciones, es NP-Duro. En el siguiente apartado se comentan los métodos de solución más conocidos para problemas de optimización, clasificación que incluye a los problemas de clase NP-Duro.

2.7 Enfoques de Solución

Existen básicamente dos tipos de enfoque en la solución de problemas de optimización: los métodos exactos y los heurísticos. A continuación se brinda una breve explicación de cada uno.

2.7.1 Métodos Exactos

Los algoritmos exactos de solución para problemas de optimización más utilizados son la búsqueda exhaustiva, el método Simplex de Dantzing, el método Elipsoidal de Khachian y el método Karmarkar; el primero se basa en la creación y evaluación de todas las soluciones factibles, haciéndolo sumamente costoso, en términos computacionales, para problemas complejos, por lo que su aplicación se limita a instancias relativamente simples; el segundo realiza una búsqueda en los puntos adyacentes del cerco convexo del espacio de soluciones factibles del problema; el tercero crea un elipsoide que modifica en cuanto a volumen y posición basándose en las restricciones quebrantadas hasta que el centro del elipsoide converge a la región de soluciones factibles, en ese punto el centro elipsoidal constituye la

solución óptima; el último método, considerado actualmente como el más eficiente de los cuatro, inicia en el centro del espacio de soluciones factibles y se mueve por los puntos internos de dicha región hacia la solución óptima.

A pesar de que todos estos métodos obtienen el resultado óptimo, su desempeño resulta inefectivo en problemas del mundo real. Por lo que una alternativa de menor calidad pero gran ventaja con respecto al bajo costo computacional que producen, son los métodos heurísticos.

2.7.2 Métodos Heurísticos

Una heurística es un procedimiento simple, generalmente basado en el sentido común, que permite de manera perspicaz abordar un problema³. Los algoritmos aproximados o heurísticos se pueden clasificar en dos tipos principales: algoritmos constructivos y algoritmos de búsqueda local. Los primeros se basan en generar soluciones desde cero añadiendo componentes a cada solución paso a paso. Un ejemplo bien conocido son las heurísticas voraces. Su gran ventaja es la velocidad: normalmente son muy rápidas y, además, a menudo devuelven soluciones razonablemente buenas. Sin embargo, no puede garantizarse que dichas soluciones sean óptimas con respecto a pequeños cambios a nivel local.

En consecuencia, una mejora típica es refinar la solución obtenida por la heurística voraz utilizando una búsqueda local. Los algoritmos de búsqueda local intentan repetidamente mejorar la solución actual con movimientos a soluciones vecinas. El caso más simple son los algoritmos de mejora iterativos.

Desafortunadamente, los algoritmos de mejora iterativos pueden estancarse en soluciones de baja calidad. Para permitir una mejora adicional en la calidad de las soluciones, la investigación en este campo en las últimas dos décadas ha centrado su atención en el diseño de técnicas de propósito general para guiar la construcción de soluciones y la búsqueda local mediante distintas heurísticas. Estas técnicas se llaman comúnmente metaheurísticas³ y consisten en conceptos generales empleados para definir métodos heurísticos. Dicho de otra

³ Díaz Fernández, Adenso, et al. 1996. *Optimización Heurística y Redes Neuronales en Dirección de Operaciones e Ingeniería*. Editorial Paraninfo. Página 24.

manera, una metaheurística puede verse como un marco de trabajo general referido a algoritmos que puede aplicarse a diversos problemas de optimización combinatoria con pocos cambios significativos si ya existe previamente algún método heurístico específico para el problema. De hecho, las metaheurísticas son ampliamente reconocidas como una de las mejores aproximaciones para abordar problemas de optimización combinatoria.

Capítulo 3

ESTADO DEL ARTE

El presente capítulo aborda una revisión de trabajos relacionados con el VRP, pues dicho problema implica en su totalidad dos de las tres tareas involucradas en RoSLoP.

3.1 Trabajos Relacionados con el VRP

El VRP ha sido ampliamente abordado por una gran cantidad de investigadores con diversas metaheurísticas y algoritmos exactos (los esfuerzos de éstos últimos han ido encaminados a resolver sólo instancias sencillas), en la Tabla 3.1 se muestra algunos de los trabajos más importantes desarrollados para distintas variantes del VRP.

A la par de la investigación del estado del arte científico, se llevó a cabo una indagación sobre el software similar existente, ésta es presentada en la siguiente sección.

Tabla 3.1. Estado del Arte de las variantes del VRP.

Variante	Abordado por	Perspectiva Algorítmica	Enfoque de Solución
<i>CVRP</i>	[Fisher, 1994] [Bullnheimer, 1997] [Blasum, 2002] [Feillet, 2003] [Hajri-Gabouj, 2003] [Ropke, 2004] [Pisinger, 2005] [Cano, 2005]	Ramificación y Poda Sistema de Colonia de Hormigas Ramificación y Poda Ramificación y Costo Algoritmo Híbrido Evolutivo Búsqueda Adaptativa por Entornos Grandes Búsqueda Adaptativa por Entornos Grandes Ramificación y Poda	Exacto Metaheurístico Exacto Exacto Metaheurístico Metaheurístico Metaheurístico Exacto
<i>VRPTW</i>	[Gambardella, 1999] [Bräysson, 2001] [Feillet, 2003] [Barán, 2003] [Hajri-Gabouj, 2003] [Ropke, 2004] [Pisinger, 2005] [Cano, 2005]	Múltiples Sistemas de Colonia de Hormigas Algoritmo Genético Ramificación y Costo Sistema de Colonia de Hormigas Algoritmo Híbrido Evolutivo Búsqueda Adaptativa por Entornos Grandes Búsqueda Adaptativa por Entornos Grandes Ramificación y Poda	Metaheurístico Metaheurístico Exacto Metaheurístico Metaheurístico Metaheurístico Metaheurístico Exacto
<i>VRPMTW</i>	[Jong, 1996]	Combinaciones Dominantes	Metaheurístico
<i>MDVRP</i>	[Hjorring, 1995] [Hajri-Gabouj, 2003] [Ombuki, 2004] [Ropke, 2004] [Pisinger, 2005]	Búsqueda Local Algoritmo Híbrido Evolutivo Algoritmo Genético Búsqueda Adaptativa por Entornos Grandes Búsqueda Adaptativa por Entornos Grandes	Metaheurístico Metaheurístico Metaheurístico Metaheurístico Metaheurístico
<i>SDVRP</i>	[Feillet, 2003] [Archetti, 2003] [Cano, 2005]	Ramificación y Costo Búsqueda Tabú Ramificación y Poda	Exacto Metaheurístico Exacto
<i>sdVRP</i>	[Thangiah, 2003] [Pisinger, 2005]	Búsqueda Tabú Búsqueda Adaptativa por Entornos Grandes	Metaheurístico Metaheurístico
<i>VRPM</i>	[Taillard, 1996] [Hajri-Gabouj, 2003] [Cano, 2005]	Búsqueda Tabú Algoritmo Híbrido Evolutivo Ramificación y Poda	Metaheurístico Metaheurístico Exacto
<i>HVRP</i>	[Taillard, 1999] [Hajri-Gabouj, 2003] [Cano, 2005]	Generación de columnas Algoritmo Híbrido Evolutivo Ramificación y Poda	Metaheurístico Metaheurístico Exacto

3.2 Software Comercial Afín

En la Tabla 3.2 se muestra el software afín más utilizado en el área comercial. En la primera columna se muestra el nombre del programa comercial; la segunda columna presenta las variantes que logra resolver; la tercera columna corresponde a nuevas restricciones consideradas; la cuarta columna indica el país donde fue creado el software; por último la quinta columna proporciona los sistemas operativos compatibles con el software. Cabe mencionar que las variantes VRP Dinámico (DVRP, Dynamic VRP), VRP Periódico (PVRP, Periodic VRP) y VRP con Entrega y Devolución de Bienes (PDVRP) son mencionadas en la Tabla 3.2 con la finalidad de ampliar la ilustración del panorama de variantes del VRP abordadas por el software comercial, se refiere a [Rangel, 2005] para una revisión más extensa de variantes del VRP.

Tabla 3.2. Estado del Arte de software comercial afín.

Software	Variantes del VRP abordadas	Restricciones Adicionales	País de origen	Sistemas Operativos
<i>ArcLogistics Route</i>	CVRP VRPTW	▪ Ninguna	E.E.U.U.	Windows
<i>A. MAZE routes</i>	CVRP VRPTW	▪ Restricciones de viaje ▪ Caminos de peaje ▪ Restricción de carreteras	Canadá	Windows
<i>A. MAZE zones</i>	CVRP VRPTW DVRP HVRP	▪ Ninguna	Canadá	Windows
<i>BUSTOPS</i>	VRPTW	▪ Restricción de carreteras	E.E.U.U.	Windows
<i>CATRIN</i>	CVRP VRPTW sdVRP PVRP HVRP	▪ Conexiones asimétricas ▪ Costo de entrega dependiente de la hora ▪ Cambios en información del cliente ▪ Restricción de carreteras	Alemania	Windows
<i>Compass</i>	DVRP VRPTW PDVRP	▪ Ninguna	E.E.U.U.	Windows
<i>DynaRoute</i>	CVRP VRPTW	▪ Ninguna	E.E.U.U.	Windows
<i>DirectRoute</i>	CVRP VRPTW	▪ Ninguna	E.E.U.U.	Windows

Continuación Tabla 3.2. Estado del Arte de software comercial afín.

Software	Variantes del VRP abordadas	Restricciones Adicionales	País de origen	Sistemas Operativos
<i>ILOG Dispatcher</i>	CVRP VRPMTW	▪ Modelado de restricciones complejas para rutas, p.ej. cliente fuera de servicio durante cierto tiempo por causas externas	E.E.U.U.	Windows Linux
<i>OPTRAK</i>	CVRP VRPTW	▪ Ninguna	Reino Unido	Windows
<i>ROADNET</i>	CVRP VRPTW	▪ Restricción de Equipo	E.E.U.U.	Windows
<i>RoutSmart</i>	CVRP VRPTW sdVRP	▪ Ninguna	E.E.U.U.	Windows
<i>RoutTronic</i>	CVRP VRPTW PDVRP sdVRP	▪ Ninguna	E.E.U.U.	Windows
<i>ShipConsII</i>	CVRP VRPTW DVRP	▪ Ninguna	E.E.U.U.	Windows
<i>STARS</i>	CVRP VRPMTW HVRP PVRP sdVRP MDVRP	▪ Ninguna	E.E.U.U.	Windows UNIX

3.3 Análisis del Estado del Arte

Una nueva área en el estudio del problema VRP, es la investigación sobre un tipo de casos especiales que involucran la solución de variantes complejas denominadas Rich VRP. La Tabla 3.3 muestra algunos de los trabajos más significativos al respecto, así como las variantes de interés para la definición de RoSLoP y las compara con las abordadas por diferentes autores.

La Tabla 3.3 resume algunos de los trabajos más significativos al respecto, muestra las variantes de interés para la definición de RoSLoP y las compara con las abordadas por diferentes autores. Como puede observarse, la mayoría de los investigadores científicos se han

centrado en estudiar hasta cuatro variantes de VRP en conjunto; las únicas excepciones son [Pisinger, 2005] y [Cano, 2005], quienes abordan cinco variantes. Aún así, su trabajo es limitado para tomarse como base de solución del problema RoSLoP, ya que aunado a esto, se encuentra la desventaja de no contar con una variante que aborde también la tarea de asignación de carga.

Tabla 3.3. Análisis de trabajos de investigación sobre variantes Rich VRP.

Variantes que aborda	CVRP	VRPTW	VRPMTW	OVRP⁴	VRPPD⁴	MDVRP	SDVRP	sdVRP	VRPM	HVRP	CCVRP	DDVRP	rdVRP⁵
Autor													
[Feillet, 2003]	✓	✓					✓						
[Hajri-Gabouj, 2003]	✓	✓				✓				✓			
[Thangiah, 2003]								✓					✓
[Ropke, 2004]	✓	✓			✓	✓							
[Cano, 2005]	✓	✓					✓		✓	✓			
[Pisinger, 2005]	✓	✓		✓		✓		✓					
Esta investigación	✓	✓	✓			✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓

Por otro lado, como puede apreciarse en la Tabla 3.2 del software comercial, la mayoría de los sistemas desarrollados resuelven cuatro variantes del VRP o menos, sólo CATRIN y STARTS abordan cinco y seis de ellas respectivamente. Además la mayoría de este tipo de software es endémico de la región donde fue desarrollado, pues utiliza bases de datos de carreteras del país en el cuál se diseñó, por lo que su uso en México no es factible.

También se presenta como una desventaja el costo de los programas comerciales; de acuerdo a una revisión de los programas hecha en [Hall, 2004], el precio de las aplicaciones que se pueden encontrar hoy en día varía de ocho mil a diez mil dólares, sin incluir los costos de mantenimiento.

⁴ Las variantes VRP Abierto (OVRP, Open VRP) y VRP con Entrega y Devolución de Bienes (VRPPD, VRP with Pick-up and Delivery) se incluyen en la Tabla 3.3 con el propósito de igualar condiciones de comparación.

⁵ La variante VRP Dependiente del Camino (rdVRP, road dependent VRP) es una aportación de la presente investigación y se explica en el apartado 5.1.1.

Con base en esto, se puede concluir que los métodos desarrollados y publicados en la comunidad científica resuelven problemáticas de VRP muy limitadas y no pueden ser escaladas a versiones más complejas del mismo, ni utilizadas en problemáticas de transporte que involucran otras tareas diferentes de enrutamiento.

La metodología propuesta en esta investigación pretende resolver con un enfoque de optimización heurística, un conjunto de once variantes del VRP, y en forma integral resolver las tareas de asignación de rutas, horarios y cargas simultáneamente, dicha estrategia permitirá solucionar problemas del mundo real.

Capítulo 4

MODELO MATEMÁTICO PARA LA ASIGNACIÓN DE RUTAS Y HORARIOS

Debido a la alta complejidad de RoSLoP, fue necesario delimitar el alcance de su definición formal. En el modelo enunciado mediante Programación Lineal Entera (ILP, Integer Linear Programming), sólo se considera la etapa de Asignación de Rutas y Horarios con las características mostradas en la sección 1.2, dicho modelo es una extensión del trabajo realizado en [Rangel, 2005].

4.1 Agentes y Eventos

Con la finalidad de construir el modelo ILP es necesario definir algunos conjuntos de elementos que permitan describir los agentes y eventos del problema RoSLoP. En la Tabla 4.1 se muestran los conjuntos utilizados.

Tabla 4.1. Conjuntos del Modelo ILP para la tarea de Asignación de Rutas y Horarios.

Símbolo	Definición
D	Conjunto de almacenes.
C	Conjunto de clientes.
L	Conjunto de localidades, a causa de que algunos almacenes pueden ser clientes, existe éste conjunto implícito que mantiene la relación de almacenes y clientes, representada por $L = D \cup C$.
L_d	Localidades que deben ser abastecidas por el almacén d , $L_d \subset L$.
V	Flotilla de vehículos disponibles en todos los centros de embarque.
V_d	Subconjunto de vehículos que pertenece a un almacén d , $V_d \subset V$.
K	Conjunto máximo de trayectorias necesarias para satisfacer las demandas de las localidades con la flotilla disponible. La cardinalidad de este conjunto es igual a: $\sum_{d \in D} K_d$.
K_d	Conjunto de trayectorias asignadas a un almacén d que no podrán ser asignadas a ningún otro almacén, $K_d \subset K$.
T_m	Conjunto de horarios pertenecientes a una localidad m .
Q_max_d	$\max\{order_{md}\}, \forall m \in L_d$, la demanda más grande a ser satisfecha por el almacén d para la localidad m .
C_min_d	$\min\{capacity_v\}, \forall v \in V_d$, la capacidad más pequeña de los vehículos del almacén d .

Para calcular la cardinalidad máxima de cada subconjunto K_d se utiliza la ecuación 1.

$$|K_d| = |V_d| \cdot \left(\frac{Q_max_d}{C_min_d} \right) \quad (1)$$

4.2 Parámetros y Variables

La Tabla 4.2 muestra la definición de parámetros necesarios para describir el modelo.

Tabla 4.2. Definición de parámetros del Modelo ILP para la tarea de Asignación de Rutas y Horarios.

Símbolo	Definición
wp	Peso del producto a ser transportado.
$order_{dm}$	Pedido solicitado por la localidad m al almacén d , $\forall m \in L_d$. El par md existe si m es un cliente del almacén d .
$class_m$	Clase de la localidad m que define al subconjunto de vehículos que le pueden visitar, $\forall m \in L$.
$capacity_v$	Capacidad de carga de la unidad móvil v , $\forall v \in V$.
$class_v$	Clase del vehículo v , $\forall v \in V$ homologa a la clase de la localidad.
TT_{vim}	Tiempo de transporte para que la unidad móvil v viaje de la localidad i a la localidad m , $\forall v \in V, i, m \in L, i \neq m$.
SW_{vim}	Peso máximo soportado por la carretera entre las localidades im además del peso vehicular de v , $\forall v \in V, i, m \in L, i \neq m$.
WT_{vm}	Tiempo de maniobra para atender el vehículo v en la localidad m .
$RETURN_{vm}$	Tiempo de retorno de la unidad móvil v , que se encuentra en la localidad m , al almacén al que pertenece dicha unidad.
$TWbegin_veh_v$	Inicio de la ventana de tiempo del vehículo v durante la cual puede prestar sus servicios para cubrir las demandas.
$TWend_veh_v$	Fin de la ventana de tiempo del vehículo v durante la cual puede prestar sus servicios para cubrir las demandas.
$TWbegin_{tm}$	Inicio de la t -ésima ventana de tiempo de la localidad m .
$TWend_{tm}$	Fin de la t -ésima ventana de tiempo de la localidad m .
$ENTRANCE_{vm}$	Intersección de los inicios de las ventanas de tiempo de las localidades y los vehículos: $TWbegin_veh_v \cap TWbegin_{tm}, \forall v \in V, t \in T_m, m \in L$
$EXIT_{vm}$	Intersección de los finales de las ventanas de tiempo de las localidades y los vehículos: $TWend_veh_v \cap TWend_{tm}, \forall v \in V, t \in T_m, m \in L$
$Time_max$	Periodo de operación del sistema (horizonte de planeación).
$Vehicle_max_{tm}$	Número máximo de vehículos simultáneos que puede recibir la localidad m en la ventana de tiempo t .

Las Tablas 4.3 y 4.4 muestran la definición de las variables binarias y enteras respectivamente usadas en el modelo ILP.

Tabla 4.3. Variables binarias del Modelo ILP para la tarea de Asignación de Rutas y Horarios.

Variable	Descripción
$vehi_assigned_v$	Variable que toma el valor de 1 si el vehículo v fue empleado en una o más trayectorias para la satisfacción de demandas de clientes, y 0 en caso contrario.
X_{imk}	Variable de que toma el valor de 1 si el viaje im fue realizado en la trayectoria k , y 0 en caso contrario.

Continuación Tabla 4.3. Variables binarias del Modelo ILP para la tarea de Asignación de Rutas y Horarios.

Variable	Descripción
nf_{mk}	Variable que toma el valor de 1 si la localidad m en la trayectoria k fue la última en ser visitada en esa trayectoria, y 0 en caso contrario.
Y_{vk}	Variable que toma el valor de 1 si la unidad móvil v fue asignada a la trayectoria k , y 0 en caso contrario.
W_{vmk}	Variable que toma el valor 1 si el vehículo v realizó una operación de maniobra en m en la ruta k , y 0 en caso contrario.
tw_{vtmk}	Variable que toma el valor de 1 si el vehículo v visitó en la ventana de tiempo t la localidad m , como parte de la trayectoria k , y 0 en caso contrario.
$same_{kk'}$	Variable que toma el valor de 1 si las trayectorias k y k' fueron asignadas a un misma unidad móvil, y 0 en caso contrario.
$joint_{vv'tm}$	Variable que toma el valor de 1 si los vehículos v y v' se empalman en tiempo en la localidad m durante la ventana de tiempo t , y 0 en caso contrario.

Tabla 4.4. Definición de variables enteras del Modelo ILP para la tarea de Asignación de Rutas y Horarios.

Símbolo	Definición
$load_{mk}$	Variable entera positiva que tomará el valor de la carga que haya sido transportada en la trayectoria k para satisfacer total o parcialmente la demanda de la localidad m .
tt_{vmk}	Variable entera positiva que toma el valor del tiempo de transporte y de maniobra requerido por el vehículo v para llegar a la localidad m desde la localidad anterior, en la trayectoria k .
$tloadt_{mk}$	Variable entera positiva que toma el valor de número total de elementos del producto transportados a la localidad m en la trayectoria k .
$Arrive_{vtmk}$	Variable entera positiva que tiene el tiempo de llegada para la unidad móvil v en la trayectoria k cuando visita la localidad m en la ventana de tiempo t .
$Depart_{vtmk}$	Variable entera positiva que tiene el tiempo de salida para la unidad móvil v en la trayectoria k cuando visita la localidad m en la ventana de tiempo t .

4.3 Función Objetivo

El objetivo del Modelo ILP es minimizar el número de vehículos requeridos para satisfacer las demandas de todos los clientes y el tiempo de viaje provocado por los mismos. La función objetivo se muestra en la ecuación 2, en la cual el primer término calcula la cantidad de vehículos empleados, y el segundo, el tiempo de viaje; al obtenerse el inverso de éste último, el valor se normaliza, permitiendo de esta forma dar prioridad al número de vehículos sobre el tiempo de viaje.

$$\min \sum_{v \in V} vehi_assigned_v + \left(1 - \sum_{d \in D} \sum_{k \in K_d} \sum_{m \in L_d} \left(\sum_{\substack{i \in L_d \cup \{d\} \\ i \neq m}} \sum_{v \in V} (X_{imk} Y_{vk} TT_{vim}) + \sum_{v \in V} (RETURN_{vm} \cdot nf_{mk}) \right) \right)^{-1} \quad (2)$$

4.4 Restricciones

Además de la función objetivo, existe un conjunto de restricciones que modelan la problemática de Asignación de Rutas y Horarios de la particularización de RoSLoP, en esta sección se muestran dichas restricciones.

Las ecuaciones 3, 4, 5 y 6 presentan las restricciones necesarias para construir las rutas que cubrirán las demandas de los clientes, de acuerdo a las consideraciones especificadas en la definición del VRP estándar. La ecuación 3 obliga a los clientes a ser visitados a lo más una vez en una trayectoria k . En otras palabras, esta restricción evita la formación de ciclos en el interior de una trayectoria.

$$\sum_{\substack{i \in L_d \cup \{d\} \\ i \neq m}} X_{imk} \leq 1, \forall m \in L_d \cup \{d\}, k \in K_d, d \in D \quad (3)$$

Con la ecuación 4 se presenta la restricción que obliga a una trayectoria a empezar en un almacén. Es decir, la restricción exige a la trayectoria k iniciar en un almacén d , ello, debido a que por definición son los únicos que pueden satisfacer las demandas.

$$\sum_{m \in L_d} X_{dmk} \leq 1, \forall k \in K_d, d \in D \quad (4)$$

La ecuación 5 asegura que el recorrido seguido en una trayectoria k sea continuo y no salte localidades visitadas. También ayuda a determinar la última localidad visitada.

$$\sum_{\substack{i \in L_d \cup \{d\} \\ i \neq m}} X_{imk} - \sum_{\substack{j \in L_d \cup \{d\} \\ m \neq j}} X_{mjk} - nf_{mk} = 0, \forall m \in L_d \cup \{d\}, k \in K_d, d \in D \quad (5)$$

Las ecuaciones 6 y 7 se encargan de hacer cumplir el objetivo primordial del VRP, donde la demanda de los clientes debe ser satisfecha por completo. De acuerdo a estas restricciones, la variable $load_{mk}$ puede contener un valor menor al pedido $order_{dm}$ que una localidad $m \in L_d$ hace a un almacén d . Esta descripción formula la definición de la variante SDVRP, donde es posible que en una visita a la localidad m no se satisfaga toda su demanda y por lo tanto requiera de visitas para completarla.

La ecuación 6 asegura que se satisfaga el pedido solicitado por la localidad m a un almacén d . En esta restricción solamente se toman en cuenta las trayectorias que estén asociadas al mismo depósito d sobre el cual se hizo el pedido $order_{dm}$. La variable $load_{mk}$ contiene la carga que se transporta en la trayectoria k a la localidad m .

$$\sum_{k \in K_d} load_{mk} - order_{dm} = 0, \forall m \in L_d, d \in D \quad (6)$$

Con la ecuación 7 se asegura que la variable $load_{mk}$ tome un valor sólo si hubo un viaje a la localidad m en la trayectoria k . Dicho de otra manera, esta restricción permite que la variable $load_{mk}$ tome valor sólo si existe un viaje a la localidad m desde alguna localidad i en la trayectoria k . Es importante hacer notar que los arcos im están íntimamente vinculados con los arcos que pueden ser alcanzados por la trayectoria k que depende del almacén d a la que se asocia.

$$\max_{v \in V} \{capacity_v\} \cdot \sum_{\substack{i \in L_d \cup \{d\} \\ i \neq m}} X_{imk} - load_{mk} \geq 0, \forall m \in L_d, k \in K_d, d \in D \quad (7)$$

Con las ecuaciones 8 y 9 se cumple la condición que da origen a la variante CVRP, la cual plantea que los vehículos no deben exceder su capacidad de carga en una trayectoria a la que fueron asignados. Debido a que una misma trayectoria no puede ser cubierta por más de una unidad móvil, la restricción 9 exige que una sola unidad móvil v sea asignada a una trayectoria k .

$$\sum_{v \in V_d} Y_{vk} \leq 1, \forall k \in K_d, d \in D \quad (8)$$

La ecuación 9 asegura que el vehículo v que se asignó a la trayectoria k no exceda su capacidad de carga contabilizada en $load_{mk}$. Es decir, se encargará de que un vehículo no transporte más carga de la que es capaz de trasladar.

$$\sum_{v \in V_d} (capacity_v \cdot Y_{vk}) - \sum_{m \in L_d} load_{mk} \geq 0, \forall k \in K_d, d \in D \quad (9)$$

Las ecuaciones 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16 y 17 contribuyen a dar solución a la variante HVRP. Debido a que en esta variante los costos de maniobra y transporte dependen del tipo de vehículo, estas ecuaciones ayudan a precisarlos de acuerdo al conjunto de vehículos definido por la ecuación 8. La combinación de las ecuaciones 10 a la 12 determinan los vehículos específicos que abastecieron a las localidades. En otras palabras, describen si una unidad móvil v realizó una maniobra de carga o descarga en una localidad m visitada en la trayectoria k .

$$Y_{vk} - W_{vmk} \geq 0, \forall v \in V_d, m \in L_d, k \in K_d, d \in D \quad (10)$$

$$capacity_v > capacity_v \cdot W_{vmk} - load_{mk} \geq 0, \forall v \in V_d, m \in L_d, k \in K_d, d \in D \quad (11, 12)$$

Con las ecuaciones 13 y 14 se establecen una relación entre las variables X_{imk} y Y_{vk} , al definir qué vehículo es asociado a cada trayectoria.

$$-2 < 2 \cdot X_{imk} \cdot Y_{vk} - (X_{imk} + Y_{vk}) \leq 0, \forall v \in V_d, i, m \in L_d, k \in K_d, d \in D \quad (13, 14)$$

Las ecuaciones 15 y 16 proporcionan las localidades, en cada trayectoria, desde las cuales los vehículos deben efectuar su viaje de regreso al almacén, con la posibilidad de iniciar una nueva trayectoria y continuar satisfaciendo otras rutas. Es decir, determina la localidad m en una trayectoria k desde la cual una unidad móvil v regresa al almacén.

$$-2 < 2 \cdot nf_{mk} \cdot Y_{vk} - (nf_{mk} + Y_{vk}) \leq 0, \forall v \in V_d, m \in L_d, k \in K_d, d \in D \quad (15, 16)$$

Las dos ecuaciones anteriores aunadas a la 17 formulan la definición de la variante VRPM al permitir utilizar un vehículo tantas veces como sea posible dentro de su ventana de tiempo.

$$\sum_{k \in K_d} \sum_{m \in L_d} tt_{vmk} \leq TWend_veh_v - TWbegin_veh_v, \forall v \in V_d, d \in D \quad (17)$$

Una vez que se tienen conocimiento de los vehículos que participan en la solución y la trayectoria que siguen, es necesario calcular el tiempo total consumido por vehículo con base en las trayectorias que le fueron asignadas. Esto se lleva cabo a través de la ecuación 18 que realiza un conteo de los tiempos de transporte, maniobra y retorno al almacén, por cada visita a una localidad m en una trayectoria k .

$$tt_{vmk} = \sum_{i \in L_d \cup \{d\}} (X_{imk} \cdot Y_{vk} \cdot TT_{vim}) + WT_{vm} \cdot W_{vmk} + RETURN_{vm} \cdot nf_{mk}, \quad (18)$$

$$\forall v \in V_d, m \in L_d, k \in K_d, d \in D$$

La combinación de las ecuaciones 19 y 20 determina si una unidad móvil fue utilizada en una trayectoria o no. Esta combinación da valor a la variable empleada en la función objetivo del modelo para alcanzar el objetivo primordial del VRP: minimizar los vehículos.

$$|K_d| > |K_d| \cdot vehi_assigned_v - \sum_{k \in K_d} Y_{vk} \geq 0, \quad \forall v \in V, d \in D \quad (19, 20)$$

De las ecuaciones 21 a la 29 se definen las restricciones necesarias para gestionar las variantes VRPTW y VRPMTW. En estas restricciones se forman los horarios de visita de los vehículos a las localidades, con base en las ventanas de tiempo establecidas. Las ecuaciones 21 y 22 determinan, para una unidad móvil v que viaja desde un origen i a un destino m , sus respectivas horas de salida y llegada.

$$\sum_{t \in T_m} Arrive_{vtmk} \geq \sum_{t \in T_m} Depart_{vtik} + TT_{vim} \cdot X_{imk} \cdot Y_{vk} \geq 0, \quad (21)$$

$$\forall v \in V_d, i, m \in L_d \cup \{d\}, k \in K_d, d \in D$$

$$Depart_{vtmk} \geq Arrive_{vtmk} + WT_{vm} \cdot W_{vmk}, \quad \forall v \in V_d, t \in T_m, m \in L_d \cup \{d\}, k \in K_d, d \in D \quad (22)$$

Con las ecuaciones 23 y 24 se satisface la restricción de la variante VRPTW donde se pide que los vehículos abastezcan los clientes dentro de las ventanas de tiempo.

$$Arrive_{vtmk} \geq tw_{vtmk} \cdot ENTRANCE_{vtm}, \quad (23)$$

$$\forall v \in V_d, t \in T_m, m \in L_d \cup \{d\}, k \in K_d, d \in D$$

$$Arrive_{vtmk} + WT_{vm} \cdot W_{vmk} \leq tw_{vtmk} \cdot EXIT_{vtm}, \quad (24)$$

$$\forall v \in V_d, t \in T_m, m \in L_d \cup \{d\}, k \in K_d, d \in D$$

Las ecuaciones 25 y 26 determinan si dos rutas están asignadas a una misma unidad móvil.

$$-2 < 2 \cdot same_{kk'} - (Y_{vk} + Y_{vk'}) \leq 0, \forall v \in V_d, k \in K_d, d \in D \quad (25, 26)$$

La ecuación 27 asegura que las trayectorias de un vehículo no se traslapen, es decir que un unidad móvil no realice más de un viaje al mismo tiempo.

$$Time_max \cdot (1 - same_{kk'})$$

$$- \left(\sum_{t \in T_m} Depart_{v_{tmk}} + RETURN_{vm} \cdot nf_{mk} + WT_{vm} \cdot W_{vmk} - \sum_{t \in T_m} Depart_{v_{tmk'}} \right) \geq 0, \quad (27)$$

$$\forall v \in V_d, m \in L_d \cup \{d\}, k, k' \in K_d, d \in D | k < k'$$

Las ecuaciones 28 y 29 aseguran que sólo una ventana de tiempo sea empleada para visitar una localidad m en una trayectoria k .

$$-2 < 2 \cdot \sum_{t \in T_m} tw_{v_{tmk}} - \left(Y_{vk} + \sum_{i \in L_d \cup \{d\}} X_{imk} \right) \leq 0, \forall v \in V_d, m \in L_d \cup \{d\}, k \in K_d, d \in D \quad (28, 29)$$

El conjunto de ecuaciones 30, 31 y 32 da soporte a la variante CCVRP. Las restricciones 30 y 31 determinan si un vehículo v tuvo empalme con un vehículo v' en la localidad m en la ventana de tiempo t .

$$Time_max > Time_max \cdot joint_{vv'm} - (Depart_{v_{tmk}} - Arrive_{v'_{tmk}}) \geq 0, \quad (30, 31)$$

$$\forall v, v' \in V_d, t \in T_m, m \in L_d \cup \{d\}, k \in K_d, d \in D$$

La restricción 32 asegura que el número de vehículos en un cliente no exceda el límite de atención permitido.

$$1 + \sum_{\substack{v \in V_d \\ v \neq v'}} joint_{vv'm} \leq Vehicle_max_m, \forall v \in V_d, t \in T_m, m \in L_d \cup \{d\}, d \in D \quad (32)$$

Con el propósito de gestionar la variante sdVRP es posible asignar un valor clase a cada vehículo $class_v$ y definir una clase base $class_m$ para cada localidad, de tal forma que la clase base de la localidad fungirá como umbral mínimo para permitir la visita de las unidades, es decir, un vehículo sólo podrá visitar la localidad si el valor de $class_m$ de ésta, es menor o igual

al valor de $class_v$ del vehículo en cuestión. La ecuación 33 formaliza este concepto, y en forma adicional obliga a las trayectoria vacías a no tener un vehículo asignado, la existencia de tales trayectorias es producto de la cardinalidad de K_d con base en una cota superior.

$$\sum_{\substack{i \in L_d \cup \{d\} \\ i \neq m}} X_{imk} \cdot class_m \leq class_v \cdot Y_{vk}, \forall v \in V_d, m \in L_d, k \in K_d, d \in D \quad (33)$$

Finalmente para manipular la variante rdVRP se utilizan las ecuaciones 34 y 35, su función es contabilizar la cantidad de producto transportado a cada localidad en las diferentes trayectorias, y verificar que el peso de dicho producto no sobrepase el máximo peso soportado de la carretera por donde se transita, esto basado en el tipo de vehículo empleado.

$$X_{imk} \cdot Y_{vk} \cdot tloadt_{mk} \cdot wp \leq SW_{vim}, \quad (34)$$

$$\forall v \in V_d, i \in L_d \cup d, m \in L_d, k \in K_d, d \in D$$

$$tloadt_{ik} = load_{ik} + tloadt_{mk} \cdot X_{imk} \quad (35)$$

$$\forall i, m \in L_d, k \in K_d, d \in D$$

Hasta este punto se han incluido restricciones para gestionar las variantes CVRP, VRPTW, VRPMTW, SDVRP, sdVRP, VRPM, HVRP, CCVRP y rdVRP, faltando MDVRP y DDVRP. Sin embargo estas dos impactan la concepción estructural del problema al establecer más de un centro de embarque y la posibilidad de que estos tengan demandas entre si, tales especificaciones son tratadas implícitamente a través del modelo matemático ya bosquejado.

Capítulo 5

METODOLOGÍA DE SOLUCIÓN

5.1 Estudio Formal de los Factores de Complejidad del RoSLoP presentes en el Caso Real

En las dos siguientes subsecciones se presenta un estudio formal de los factores de complejidad del RoSLoP inmersos en el caso real, examinando las tareas de asignación de rutas y horarios en forma conjunta, seguidas por la asignación de cargas, tal división es producto de la definición de las dos primeras labores con base en el VRP y de la última con el BPP y el Problema de Planificación del Procesador; esto fue ilustrado y comentado en la sección 2.4, de aquí en adelante se referirá al Problema de Asignación de Rutas y Horarios como un solo concepto.

Inicialmente se plantean los dos subprocesos en el contexto de sus problemas teóricos principales, VRP y BPP respectivamente, se sigue con un análisis de los factores de complejidad que conciben y delimitan el espacio de soluciones en cada situación, concluyendo con una definición formal de los elementos y sus relaciones estructurales en cada tarea.

5.1.1 Problema de Asignación de Rutas y Horarios

En esta sección se analizan los factores de complejidad del Problema de Asignación de Rutas y Horarios presentes en el caso de estudio y variantes, así como nuevos aspectos propios de la situación real, dando pie al diseño estructural.

5.1.1.1 *Variantes VRP Involucradas en el Problema de Asignación de Rutas y Horarios*

Con base en el planteamiento del problema mostrado en la sección 1.2 se determinó, a partir de las variantes del VRP revisadas, aquellas que se encuentran presentes en el caso de estudio contemplado en la presente investigación. La Tabla 5.1 muestra dichas variantes, además se incluye una nueva variante que es comentada en el siguiente párrafo.

Tabla 5.1. Variantes del VRP presentes en el caso de estudio.

Variante	Descripción Operativa
<i>CVRP</i>	Cada vehículo posee una capacidad de carga.
<i>VRPTW</i> y <i>VRPMTW</i>	Los clientes pueden tener una o varias ventanas de tiempo.
<i>MDVRP</i>	Puede existir más de un centro de embarque.
<i>SDVRP</i>	Un mismo punto de visita puede ser atendido por varios camiones.
<i>sdVRP</i>	Los puntos de visita son atendidos por un subconjunto de la flotilla disponible.
<i>VRPM</i>	Se asignan tantas rutas como sea posible a un mismo vehículo.
<i>HVRP</i>	Cada centro de embarque cuenta con diversos tipos de vehículos con distintas capacidades de carga.
<i>CCVRP</i>	Los centros de embarque y clientes tienen una capacidad limitada de atención por número de unidades.
<i>DDVRP</i>	Algunos centros de embarque son clientes de otros centros.
<i>rdVRP</i>	El tránsito de los vehículos se restringe con base en un umbral definido para cada camino.

Tras el análisis del caso de estudio se localizaron ciertas condiciones no establecidas en ninguna otra variante teórica del VRP, debido a la complejidad e importancia de tales

condiciones se consideró necesario enunciarlas como una nueva variante del VRP, a la que se nombró como VRP con Dependencia de Camino (rdVRP, road dependent VRP).

El rdVRP restringe el tránsito de los vehículos por un subconjunto de los caminos disponibles con base en un umbral definido para cada camino. Por ejemplo, la cantidad de producto que transporta un vehículo puede traducirse en un peso, cada carretera tiene especificado un peso soportado, de tal forma que el peso del material que es transportado por el vehículo no debe exceder el peso soportado de la carretera por la cual se transita, tomándose en cuenta la actualización del peso de la mercancía en tiempo real a causa de la descarga de producto en los diferentes clientes que son visitados en la ruta de la unidad móvil.

5.1.1.2 Análisis de Factores Teóricos del Problema de Asignación de Rutas y Horarios

Se describen los elementos básicos y particulares, características, restricciones y una conjunción de estas últimas, presentes en variantes del VRP y caso de estudio.

Elementos Básicos. Las distintas variantes del VRP implican diversos componentes para su concepción que comparten entre sí. La Tabla 5.2 detalla dichos elementos denominados básicos por su presencia en cada variante. Cabe mencionar que el tiempo de viaje acumulado, de ahora en adelante referido solamente como tiempo de viaje es la unidad básica utilizada para medir la longitud de un recorrido.

Elementos Particulares. Algunas variantes del VRP cuentan con elementos adicionales que les permiten gestionar sus restricciones, tales dispositivos son expuestos en la Tabla 5.3.

En cuanto a situaciones con horarios de atención la medición de la longitud de la ruta se compone por la suma del tiempo de viaje recabado de las diferentes carreteras por las que se transitó, del tiempo de servicio demandado en cada punto de visita y del tiempo de espera acumulado.

Tabla 5.2. Elementos básicos presentes en variantes del VRP.

Elemento	Descripción	Cantidad
Localidad	Punto de visita que referencia indistintamente un cliente o centro de embarque.	Variable
Cliente	Consumidor habitual con un orden asociada.	Variable
Orden	Demanda de producto expresada en una cantidad numérica.	Dependiente del tipo de variante
Centro de Embarque	Almacén que posee el producto necesario para satisfacer las ordenes de los clientes.	Dependiente del tipo de variante
Vehículo	Unidad móvil con capacidad de carga específica, asociada a un punto de embarque, cuya función es transportar el producto a los clientes.	Variable
Carretera	Camino que conecta a dos localidades entre si con un costo asociado, expresado generalmente en tiempo de viaje.	Variable
Recorrido	Se conforma por toda la secuencia de localidades que visita un vehículo desde que sale hasta que regresa a su centro de embarque.	Dependiente del tipo de variante
Ruta	Conjunto de recorridos que es posible asignar a un mismo vehículo.	Una por vehículo

Tabla 5.3. Elementos particulares presentes en algunas variantes del VRP.

Elemento	Descripción
Ventana de Tiempo	Horario de atención durante el cuál sólo se puede arribar al propietario de la misma.
Tiempo de Servicio	Medida de tiempo necesaria para atender al vehículo en el punto de visita, clientes o centros de embarque.
Tiempo de Espera	En caso de que algún vehículo arribe antes que la ventana de tiempo del punto visitado comience, el intervalo entre su llegada y el momento en que será atendido se contabiliza en éste elemento.

A continuación se describen las características de los elementos (Tabla 5.4), restricciones (Tabla 5.5) y características compuestas (Tabla 5.6), involucradas en las diferentes variantes del VRP del caso de estudio.

Características de los Elementos. Las características modifican a los elementos en cuanto a su existencia/inexistencia, homogeneidad/heterogeneidad, número, entre otros. Desde un enfoque de ingeniería de software, cada característica corresponde a una estructura de programación que permite tratar y dar solución a la situación planteada. Las características, al afectar directamente a los elementos, permiten concebir el planteamiento estructural del problema. La

Tabla 5.4 muestra las características de los elementos involucrados en las diferentes variantes del VRP incluidas en el caso de estudio.

Tabla 5.4. Características de los elementos involucrados en variantes del VRP del caso de estudio.

Variante VRP	CVRP	VRPTW	VRPMTW	MDVRP	SDVRP	sdVRP	VRPM	HVRP	CCVRP	DDVRP	rdVRP
Un solo centro de embarque.	✓	✓	✓		✓	✓	✓	✓	✓		✓
Más de un centro de embarque.				✓						✓	
Una sola ventana de tiempo en el centro de embarque.		✓	✓								
Una sola ventana de tiempo en los clientes.		✓									
Más de una ventana de tiempo en los clientes.			✓								
Cada localidad tiene asociada un tiempo de servicio.		✓	✓								
La capacidad de carga es homogénea en todos los vehículos.	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓	✓
La capacidad de carga puede variar entre los diferentes vehículos.								✓			
Cada centro de embarque puede tener una orden de producto a otro centro.										✓	

Restricciones. Las restricciones de forma natural delimitan el espacio de soluciones de un problema; es decir, son condiciones inherentes a una situación, cuya tarea es restringir la búsqueda hacia un subconjunto de soluciones factibles. La Tabla 5.5 detalla las restricciones impuestas por las variantes del VRP incluidas en el caso de estudio.

Características Compuestas de los Elementos. Una característica compuesta equivale a una restricción que se modela mediante una estructura y no a través de un simple condicional, en pocas palabras, restricciones más complejas que las usuales.

Para el proceso conjunto de variantes, en el caso de restricciones antagónicas o contrarias, se activa sólo aquella restricción que involucre la menor cantidad de variantes.

Tabla 5.5. Restricciones involucradas en variantes del VRP del caso de estudio.

Restricción	Variante VRP										
	CVRP	VRPTW	VRPMTW	MDVRP	SDVRP	sdVRP	VRPM	HVRP	CCVRP	DDVRP	rdVRP
Longitud del recorrido limitada por la capacidad de carga del vehículo.	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Longitud del recorrido limitada a un rango o un máximo predefinido				✓ ⁶				✓ ⁶			
Longitud de la ruta limitada por la ventana de tiempo del centro de embarque.		✓	✓								
Los vehículos solamente pueden ser atendidos dentro de las ventanas de tiempo de las localidades.		✓	✓								
La orden específica que centro de embarque debe satisfacerla.				✓ ⁶							
Cada cliente sólo puede ser visitado una vez.	✓	✓	✓	✓		✓	✓	✓	✓	✓	✓
Los clientes pueden ser visitados más de una vez.					✓						
Las órdenes no deben superar la capacidad de carga de al menos un vehículo.	✓	✓	✓	✓		✓	✓	✓	✓	✓	✓
Las órdenes pueden exceder la capacidad de carga de los vehículos.					✓						
Las localidades son atendidas sólo por un subconjunto de los vehículos disponibles.						✓					

Tabla 5.6. Características compuestas involucradas en variantes del VRP del caso de estudio.

Característica Compuesta	Variante VRP										
	CVRP	VRPTW	VRPMTW	MDVRP	SDVRP	sdVRP	VRPM	HVRP	CCVRP	DDVRP	rdVRP
Cada vehículo sólo puede realizar un recorrido.	✓	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓	✓	✓
Los vehículos pueden realizar más de un recorrido.							✓				
Las localidades tienen capacidad de atención simultánea limitada por una cantidad de vehículos.									✓		
Los vehículos solo puede viajar por un subconjunto de las carreteras disponibles definido con base en un umbral de peso soportado para cada camino.											✓

⁶ Sólo algunos autores incluyen esta restricción.

5.1.1.3 Análisis de Factores No Teóricos del Problema de Asignación de Rutas y Horarios

El caso de estudio también cuenta con un conjunto de factores propios que no se encuentran tipificados en alguna variante del VRP conocida. Estos factores son listados a continuación siguiendo el mismo tipo de categorización que los factores teóricos.

Características de los Elementos:

- Los centros de embarque pueden tener más de una ventana de tiempo, las variantes VRPTW y VRPMTW sólo definen una ventana de tiempo global en el centro de embarque.
- Los vehículos poseen una ventana de tiempo, es decir su tiempo de servicio es independiente de los horarios de trabajo del centro de embarque al que pertenece tal unidad móvil.

Restricciones:

- Se especifica prioridad o nivel de preferencia de uso de las unidades, esto debido a la existencia de unidades arrendadas y propias, a cuestiones estratégicas, entre otras.

5.1.1.4 Definición Formal de Elementos y sus Relaciones en el Problema de Asignación de Rutas y Horarios

A continuación se expresa formalmente, con teoría de conjuntos, cada uno de los elementos y sus relaciones del Problema de Asignación de Rutas y Horarios analizado.

- Sea L el conjunto de localidades, donde l es cualquier centro de embarque que pertenece a L .
- Sea D el conjunto de centros de embarque, donde d es cualquier centro de embarque que pertenece a D .
- Sea C el conjunto de clientes, donde c es cualquier cliente que pertenece a C .
- Sea V el conjunto de vehículos, donde v es cualquier vehículo que pertenece a V .

Debido a que tanto los clientes como los centros de embarque comparten una misma estructura de diseño, ambos constituyen localidades, es decir $L = C \cup D$.

Un localidad se define como $l = (ccapacity, ncapacity, ST, TW, ORDERS)$, donde

<i>ccapacity</i>	Capacidad de atención, definida por una clase de vehículo, aquellas unidades con un valor de clase mayor o igual al definido en este elemento podrán ser atendidos en esta localidad, $ccapacity \in \mathbb{N}$
<i>ncapacity</i>	Número de andenes con que cuenta la localidad que define la cantidad máxima de vehículos que pueden ser descargados simultáneamente, $ncapacity \in \mathbb{N}$
<i>ST</i>	Conjunto de tiempos de servicio Sea $ST = \{st_i 1 \leq i \leq V \}$, donde st_i es el tiempo de servicio del vehículo i en la localidad
<i>TW</i>	Conjunto de ventanas de tiempo Sea $TW = \{tw_i i \geq 1\}$, donde tw_i es la i -ésima ventana de tiempo en la localidad
<i>ORDERS</i>	Conjunto de órdenes a los centros de embarque Sea $ORDERS = \{order_i 1 \leq i \leq D \}$, donde $order_i$ es una orden del cliente c al centro de embarque i expresada en cajas, $order_i \in \mathbb{N}$

Un tiempo de servicio se define como $st_v = (stime)$, donde

<i>stime</i>	Tiempo de servicio del vehículo v en la localidad, $stime \in \mathbb{R}^+$
--------------	---

Una ventana de tiempo se define como $tw = (twb, twe)$, donde

<i>twb</i>	Tiempo de inicio de la ventana de tiempo, $twb \in \mathbb{R}^+$
<i>twe</i>	Tiempo de finalización de la ventana de tiempo, $twe \in \mathbb{R}^+$

Un vehículo se define como $v = (capacity, class, pref, vtwb, vtwe, R, Z)$, donde

<i>capacity</i>	Capacidad de carga del vehículo expresada en número de cajas, $capacity \in \mathbb{N}$
<i>class</i>	Identificador de clase del vehículo, $class \in \mathbb{N}$

$pref$	Índice de preferencia de uso del vehículo, $pref \in \mathfrak{R}$
$vtwb$	Tiempo de inicio de la ventana de tiempo del vehículo, $vtwb \in \mathfrak{R}^+$
$vtwe$	Tiempo de finalización de la ventana de tiempo del vehículo, $vtwe \in \mathfrak{R}^+$
R	Conjunto de caminos factibles para el vehículo Sea $R = \{r_i i \geq 1\}$, donde r_i es un camino por el que le es posible transitar al vehículo
Z	Conjunto de recorridos que conforman la ruta del vehículo Sea $Z = \{\zeta_i i \geq 1\}$, donde ζ_i es i -ésimo recorrido en la ruta del vehículo

Los vehículos con un valor de identificador $class$ menor poseen una capacidad de carga mayor y por consecuencia un tamaño más grande sobre aquellos con un valor de identificador mayor. Por otra parte, unidades con un nivel de $pref$ menor tendrán preferencia sobre aquellos con un nivel mayor.

Un camino se define como $r = (tt, rsw, rli, rlj)$, donde

tt	Tiempo de viaje al transitar por el camino, $tt \in \mathfrak{R}$
rsw	Peso soportado por el camino, $rsw \in \mathfrak{N}$
rli	Referencia a la localidad en la que inicia el camino, $rli \in \{l_i 1 \leq i \leq L \}$
rlj	Referencia a la localidad en la que termina el camino, $rlj \in \{l_i 1 \leq i \leq L \}$

Un recorrido se define como $\zeta = (VISIT)$, donde

$VISIT$	Conjunto de visitas en el recorrido Sea $VISIT = \{visit_i i \geq 1\}$, donde $visit_i$ es la i -ésima visita en el recorrido
---------	---

Una visita se define como $visit = (rr, load, rl)$, donde

rr	Referencia al camino utilizado para llegar a la localidad visitada, $rr \in \{r_i 1 \leq i \leq R_{v_x} , visit_{\zeta_y \in Z_{v_x}}\}$
$load$	Carga transportada para satisfacer la orden de la localidad, $load \in \mathfrak{N}$

La Figura 5.1 grafica los elementos involucrados en el Problema de Asignación de Rutas y Horarios. Es importante resaltar que los clientes se relacionan con los diferentes centros de embarque existentes, esta correspondencia se representa por el conjunto *ORDERS*, donde cada elemento de dicho conjunto expresa una demanda de producto. Como se enunció en el apartado 5.1.1.1 pueden existir centros de embarque con demandas a otros centros, por otra parte un centro de embarque se relaciona a un y sólo un subconjunto de vehículos, tal que

$$\begin{aligned}
 d_1 &\leftrightarrow V_1, V_1 \subset V \\
 d_2 &\leftrightarrow V_2, V_2 \subset V \\
 &\dots \\
 d_n &\leftrightarrow V_n, V_n \subset V \\
 V &= V_1 \cup V_2 \cup \dots \cup V_n \\
 V_i \cap V_j &= \phi, \forall i, j \in \{1, 2, \dots, n\}, i \neq j
 \end{aligned}$$

5.1.2 Problema de Asignación de Cargas

Este apartado muestra un análisis detallado de los factores de complejidad del Problema de Asignación de Cargas del caso de estudio.

5.1.2.1 Variantes BPP Involucradas en el Problema de Asignación de Cargas

Con base en el planteamiento del problema mostrado en la sección 1.2 se determinó un subconjunto de variantes del BPP presentes en el caso de estudio contemplado, la Tabla 5.7 describe tales variantes.

Tabla 5.7. Variantes del BPP presentes en el caso de estudio.

Variante	Descripción Operativa
<i>BPPCC</i>	Los contenedores pueden tener diferentes alturas y por consecuencia distinta capacidad de carga.
<i>BPPcC</i>	El máximo número de tarimas que pueden apilarse en un contenedor esta acotado.
<i>BPPOn</i>	A causa de que la asignación depende del cliente elegido a visitar en al ruta, no es posible conocer desde un principio el conjunto de producto a ser distribuido en un vehículo.
<i>BPPFO</i>	Cada producto tiene una cantidad de peso soportado que no debe ser sobrepasada para evitar darlo.
<i>MDBPP</i>	Existen distintos puntos de descarga en una misma ruta por lo que el producto debe ser organizado con base en este esquema.

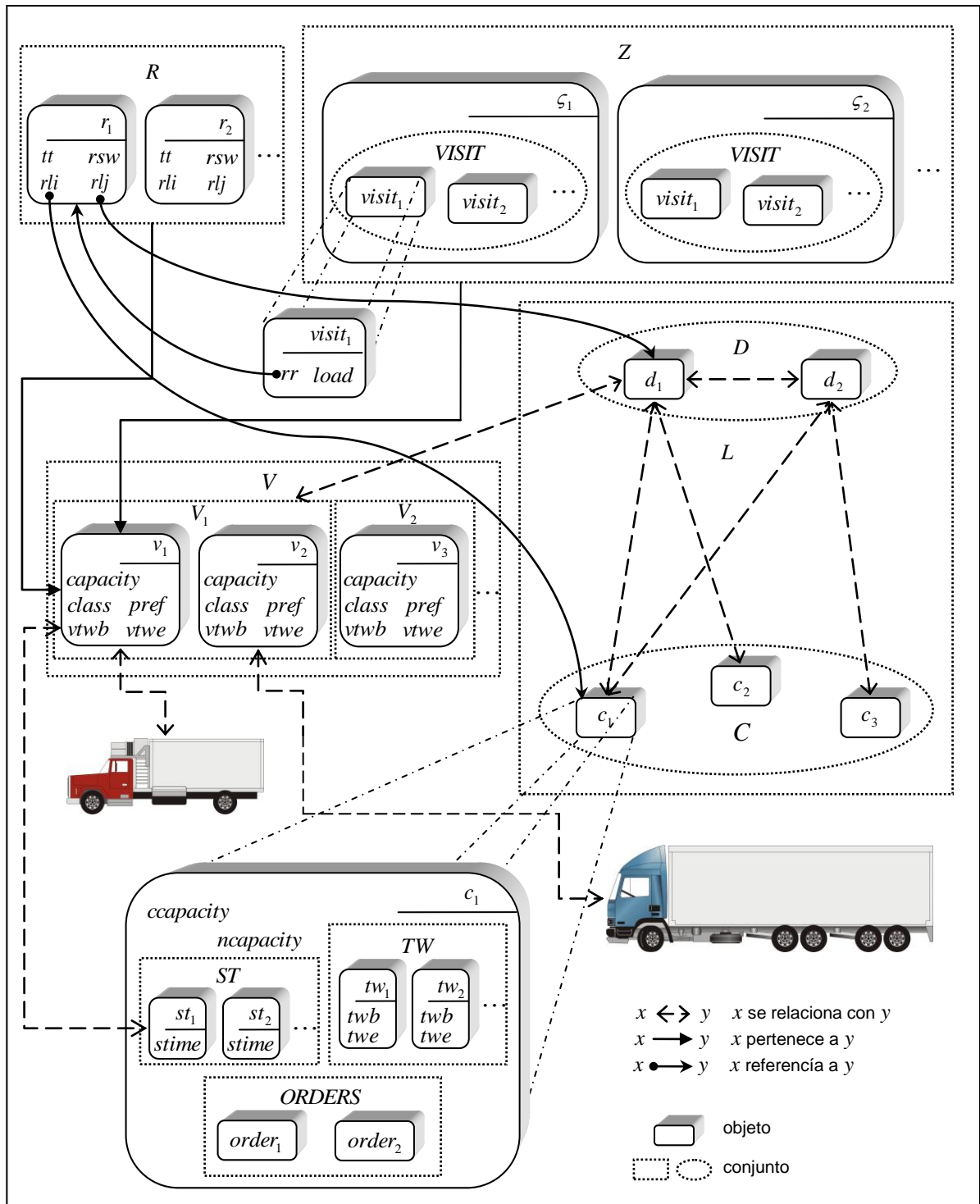


Figura 5.1. Elementos y relaciones del Problema de Asignación de Rutas y Horarios.

5.1.2.2 Análisis de Factores Teóricos del Problema de Asignación de Cargas

Se describen los elementos básicos presentes en variantes del VRP, sus características y restricciones.

Elementos Básicos. Las distintas variantes del BPP implican diversos componentes para su concepción que comparten entre si. La Tabla 5.8 detalla dichos elementos denominados básicos por su presencia en cada variante.

Tabla 5.8. Elementos básicos presentes en variantes del BPP.

Elemento	Descripción	Cantidad
Objeto	Unidad con características propias a ser asignada durante el proceso de distribución.	Variable
Contenedor	Componente con dimensiones específicas dentro del cual se colocan los objetos.	Variable
Destino	Lugar que identifica el punto u orden de descarga de los objetos acomodados en los contenedores.	Dependiente del tipo de variante
Distribución	Configuración del acomodo de los objetos dentro de un contenedor.	Por contenedor

Características de los Elementos. La Tabla 5.9 detalla las características de los elementos involucrados en las diferentes variantes del BPP incluidas en el caso de estudio.

Tabla 5.9. Características de los elementos involucrados en variantes del BPP del caso de estudio.

Característica del Elemento	Variante BPP				
	BPP CC	BPPcC	BPPOn	BPPFO	MDBPP
Objetos con las mismas dimensiones.			✓	✓ ⁷	✓ ⁶
Objetos con diferentes dimensiones.	✓	✓		✓ ⁶	✓ ⁶
Contenedores con capacidad de carga homogénea.			✓	✓	✓
Contenedores con capacidad de carga heterogénea.	✓	✓			
Objetos con atributo de peso soportado.				✓	
Un solo destino de descarga o sin destino solo se requiere acomodo.	✓	✓	✓	✓	
Más de un destino de descarga.					✓

⁷ Sólo algunos autores incluyen esta característica.

Restricciones. La Tabla 5.10 bosqueja las restricciones impuestas por las variantes del BPP incluidas en el caso de estudio.

Tabla 5.10. Restricciones involucradas en variantes del BPP del caso de estudio.

Restricción	Variante BPP				
	BPP CC	BPPcC	BPPOn	BPPFO	MDBPP
Cantidad limitada de objetos a colocar en un contenedor por el peso de estos.	✓	✓	✓	✓	✓
Cantidad limitada de objetos a colocar en un contenedor por el número de estos.		✓			
Distribución de los objetos sujeta a realizarse conforme se determinan los objetos a acomodar.			✓		
Distribución de los objetos restringida por la manipulación del peso soportado.				✓	
Distribución de los objetos restringida por el destino.					✓

5.1.2.3 Análisis de Factores No Teóricos del Problema de Asignación de Cargas

El caso de estudio implica una amplia gama de factores no considerados en alguna variante del BPP conocida, las especificaciones de estos factores presentadas en la sección 2.5.3 se listan a continuación.

Elementos Básicos:

- Las unidades de asignación son más complejas que simples objetos, pues los objetos (cajas de producto) pueden ordenarse y conformar camas y tarimas.

Características de los Elementos:

- Cada unidad de asignación posee características que permiten gestionar su participación en el proceso de integración y acomodo.
- La formación de unidades de asignación más complejas se sigue con base en los lineamientos de formación de camas y tarimas.
- Los contenedores no son independientes, debido a que se encuentran agrupados en carrocerías pertenecientes a un vehículo.

Restricciones:

- Las camas del mismo producto deben permanecer juntas dentro de una misma tarima.
- La altura de las tarimas heterogéneas esta acotada.
- Cada tarima sólo puede incluir producto del pedido de un cliente a un centro de embarque.
- Los vehículos deben acatar las normas de la SCT cuando transitan por las diferentes carreteras.
- La distribución de objetos debe balancearse con respecto a las condiciones trazadas.

Para lograr el cumplimiento del objetivo del Problema de Asignación de Cargas: minimizar la cantidad de vehículos necesarios para distribuir la carga, se plantearon tres objetivos de diseño, cuya preferencia en orden jerárquico son:

- Maximizar el número de tarimas homogéneas.
- Maximizar el espacio utilizado del vehículo.
- Balancear el peso de los contenedores de cada vehículo.

5.1.2.4 Definición Formal de Elementos y sus Relaciones en el Problema de Asignación de Cargas

A continuación se expresa formalmente, con teoría de conjuntos, cada uno de los elementos y sus relaciones del Problema de Asignación de Cargas analizado, tomando como base los elementos ya formalizados del Problema de Asignación de Rutas y Horarios.

- Sea P el conjunto de productos, donde p es cualquier producto que pertenece a P .

Un producto se define como $p = (pbb, pbp, sw, h, w, cat, ra)$, donde

pbb Número de cajas de producto p que forman una cama homogénea,
 $pbb \in \mathbb{N}$

pbp Número de camas homogéneas de producto p que forman una tarima
homogénea, $pbp \in \mathbb{N}$

sw Peso soportado por una caja de producto p , $sw \in \mathbb{R}^+$

h Altura de una caja de producto p , $h \in \mathbb{R}^+$

w	Peso de una caja de producto p , $w \in \mathfrak{R}^+$
cat	Categoría de una caja de producto p , $cat \in \mathfrak{S}$
ra	Área de restos de la caja de producto p , $ra \in \mathfrak{S}$

Una orden se define como $order_d = (Q, PLATFORMS, BEDS)$, donde

Q	Conjunto de productos solicitados en la orden $order_d$ Sea $Q = \{q_i 1 \leq i \leq P \}$, donde q_i es un pedido de producto i
$PLATFORMS$	Conjunto de tarimas que conforman la orden $order_d$
$BEDS$	Conjunto de camas que conforman la orden $order_d$

Un pedido de producto p se define como

$$q_p = (amount, \#hplatforms, \#hbeds, \#rbeds, \#rboxes, rboxes_used)$$

donde

$amount$	Cantidad de producto p demandado expresado en cajas, $amount \in \mathfrak{S}$
$\#hplatforms$	Número de tarimas homogéneas formadas con el producto p de una orden, $\#hplatforms \in \mathfrak{S}$
$\#hbeds$	Número de camas homogéneas formadas con el producto p de una orden, $\#hbeds \in \mathfrak{S}$
$\#rbeds$	Número de camas restantes del producto p que no forman tarimas homogéneas en una orden, $\#rbeds \in \mathfrak{S}$
$\#rboxes$	Número de cajas restantes del producto p que no forman camas homogéneas en una orden, $\#rboxes \in \mathfrak{S}$
$rboxes_used$	Estado de uso de $\#rboxes$, $rboxes_used \in \{true, false\}$

Una tarima se define como $platform = (kind, isassigned, h, w, sw, TBEDS)$, donde

$kind$	Tipo de la tarima $platform$, $kind \in \{homogeneous, heterogeneous, incomplete\}$
$isassigned$	Estado de asignación de la tarima $platform$, $isassigned \in \{true, false\}$
h	Altura de la tarima $platform$, $h \in \mathfrak{R}^+$

w	Peso de la tarima <i>platform</i> , $w \in \mathfrak{R}^+$
sw	Peso soportado por la tarima <i>platform</i> , $sw \in \mathfrak{R}^+$
<i>TBEDS</i>	Conjunto de apuntadores a las camas que conforman la tarima <i>platform</i> Sea $TBEDS = \{tbed_i 1 \leq i \leq n\}$, donde $tbed_i$ es el i -ésimo apuntador que referencía a la cama ubicada en la i -ésima posición de la tarima

Una cama se define como $bed = (kind, isassigned, h, w, sw, mbw, BOXES)$, donde

<i>kind</i>	Tipo de la cama <i>bed</i> , $kind \in \{homogeneous, heterogeneous\}$
<i>isassigned</i>	Estado de asignación de la cama <i>bed</i> , $isassigned \in \{true, false\}$
h	Altura de la cama <i>bed</i> , $h \in \mathfrak{R}^+$
w	Peso de la cama <i>bed</i> , $w \in \mathfrak{R}^+$
sw	Peso soportado por la cama <i>bed</i> , $sw \in \mathfrak{R}^+$
<i>mbw</i>	Peso de la caja más pesada de la cama <i>bed</i> , $mbw \in \mathfrak{R}^+$
<i>BOXES</i>	Conjunto de observaciones que conforman la cama <i>bed</i> Sea $BOXES = \{box_i 1 \leq i \leq n\}$, donde box_i es la i -ésima observación que referencía a un grupo de cajas que conforman parcial o totalmente la cama <i>bed</i> . Si la cama es homogénea $ BOXES = 1$ y si la cama es heterogénea $ BOXES > 1$

Un grupo de cajas se define como $box = (rp, amount)$, donde

rp	Referencia a la descripción de un producto, $rp \in \{p_i 1 \leq i \leq P \}$
<i>amount</i>	Cantidad de cajas del producto referenciado por <i>rp</i> que forman toda la cama o parte de ella, $amount \in \mathfrak{N}$

La estructura de un vehículo en un recorrido ζ se redefine como

$$\zeta = (VISIT, VBODIES, ejesn, maxw, extraw)$$

donde

<i>VISIT</i>	Secuencia de visitas, ya explicado en la subsección 5.1.1.4.
<i>VBODIES</i>	Conjunto de carrocerías del vehículo v en el viaje ζ Sea $VBODIES = \{vbody_i 1 \leq i \leq n\}$, donde $vbody_i$ es la i -ésima carrocería del vehículo v_ζ
<i>ejesn</i>	Número de ejes neumáticos que conforman el vehículo v , $ejesn \in \mathbb{N}$
<i>maxw</i>	Peso máximo soportado por el vehículo v sin ejes neumáticos, $maxw \in \mathbb{R}^+$
<i>extraw</i>	Peso extra soportado por eje neumático del vehículo v , $extraw \in \mathbb{R}^+$

Una carrocería se define como $vbody = (PALLETS)$, donde

<i>PALLETS</i>	Conjunto de contenedores de la carrocería $vbody$ Sea $PALLETS = \{pallet_i 1 \leq i \leq n\}$, donde $pallet_i$ es el i -ésimo contenedor de la carrocería
----------------	---

Un contenedor se define como $pallet = (h, pamount, middle, TPLATFORMS)$, donde

<i>h</i>	Altura del contenedor $pallet$, $h \in \mathbb{R}^+$
<i>TPLATFORMS</i>	Conjunto de apuntadores a las tarimas ubicadas en el contenedor $pallet$ Sea $TPLATFORMS = \{tplatform_i 1 \leq i \leq max_pp\}$ donde $tplatform_i$ es el i -ésimo apuntador que referencia a la tarima ubicada en la i -ésima posición del contenedor

Información adicional

<i>maxh_mp</i>	Altura máxima de las tarimas heterogéneas, $maxh_mp \in \mathbb{R}^+$
<i>max_pp</i>	Número máximo de tarimas que se pueden apilar en un mismo contenedor, $max_pp \in \mathbb{N}$
<i>hp</i>	Altura de la base de las tarimas, $hp \in \mathbb{R}^+$
<i>wp</i>	Peso de la base de las tarimas, $wp \in \mathbb{R}^+$

Las Figuras 5.2 y 5.3 muestran la interpretación gráfica de los elementos involucrados en el Problema de Asignación de Cargas.

Cada orden $order_d$ se conforma por tres conjuntos Q , $BEDS$ y $PLATFORMS$. Donde, cada elemento $q_i \in Q$ constituye la demanda parcial de $order_d$ con respecto al producto $p_i \in P$ expresado en número de cajas. Por otro lado el conjunto $BEDS$ contempla todas las diferentes camas que se construyen a partir de Q , cada cama $bed_i \in BEDS$ incluye un conjunto $BOXES$ que engloba elementos box_i , cada box_i referencia a un tipo de producto y enuncia la cantidad de cajas de dicho producto que conforman la cama bed_i ; esta estructura evita la replicación de información, por ejemplo, una cama homogénea incluirá solo un elemento box_i en su conjunto $BOXES$, mientras que una heterogénea contendrá tantos elementos box_i como tipos diferentes de producto la constituyan.

El conjunto $PLATFORMS$ asocia las diferentes tarimas factibles de construir con la orden $order_d$ a partir del conjunto de camas $BEDS$. Es importante remarcar que los tres conjuntos Q , $BEDS$ y $PLATFORMS$ que constituyen cada $order_d$ son equivalentes representando respectivamente la orden traducida en cajas por producto, camas y tarimas.

La Figura 5.3 bosqueja el detalle estructural de cada vehículo en cuanto a sus carrocerías y contenedores, dentro de cada contenedor $pallet_i$ se incluye un conjunto $TPLATFORMS$, apuntadores hacia las diferentes tarimas presentes en el conjunto $PLATFORMS$ de cada $order_d$.

A continuación se describe la metodología de solución propuesta, esta inventiva se basa en la formalización de los factores de complejidad mostrados anteriormente.

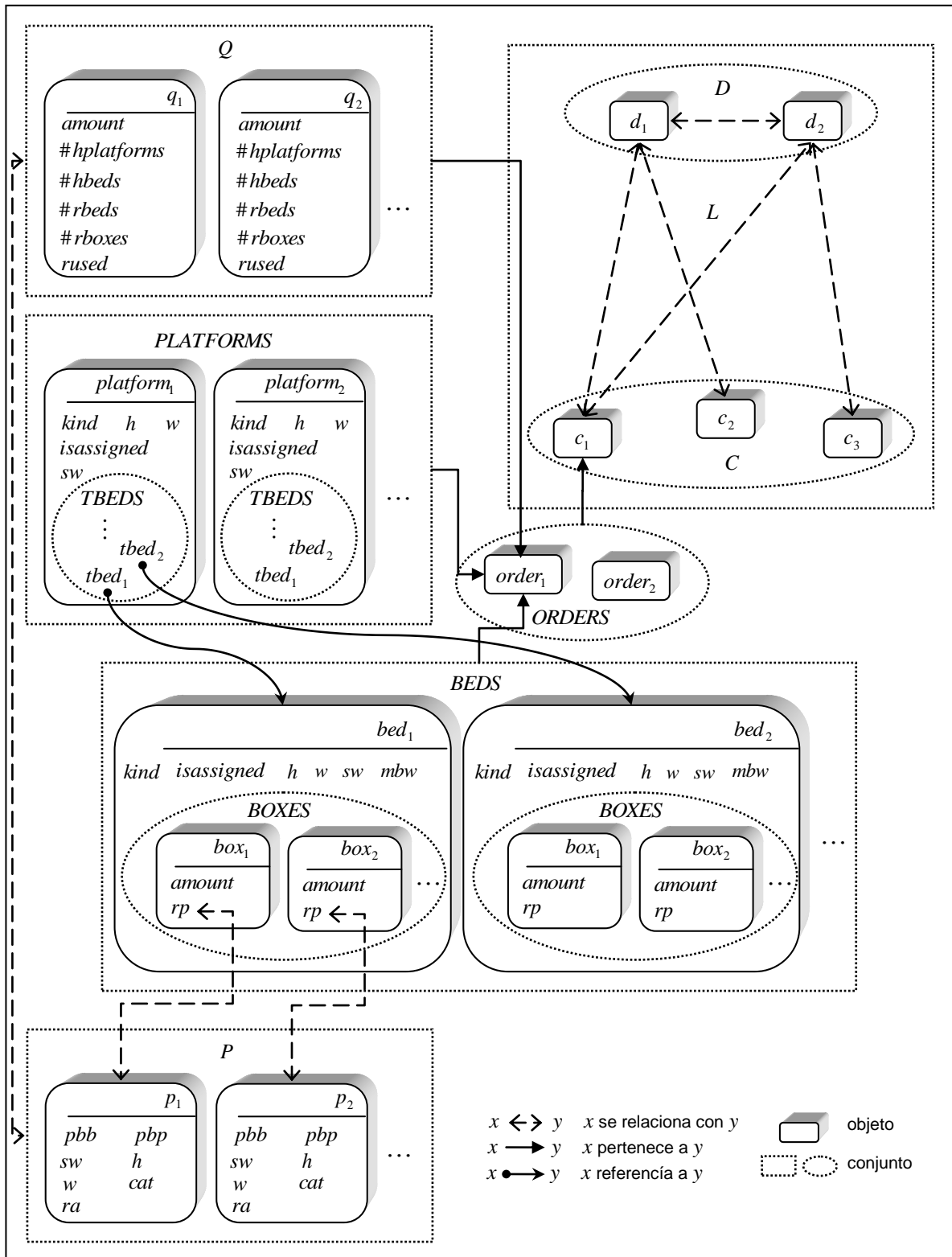


Figura 5.2. Elementos y relaciones del Problema de Asignación de Cargas.

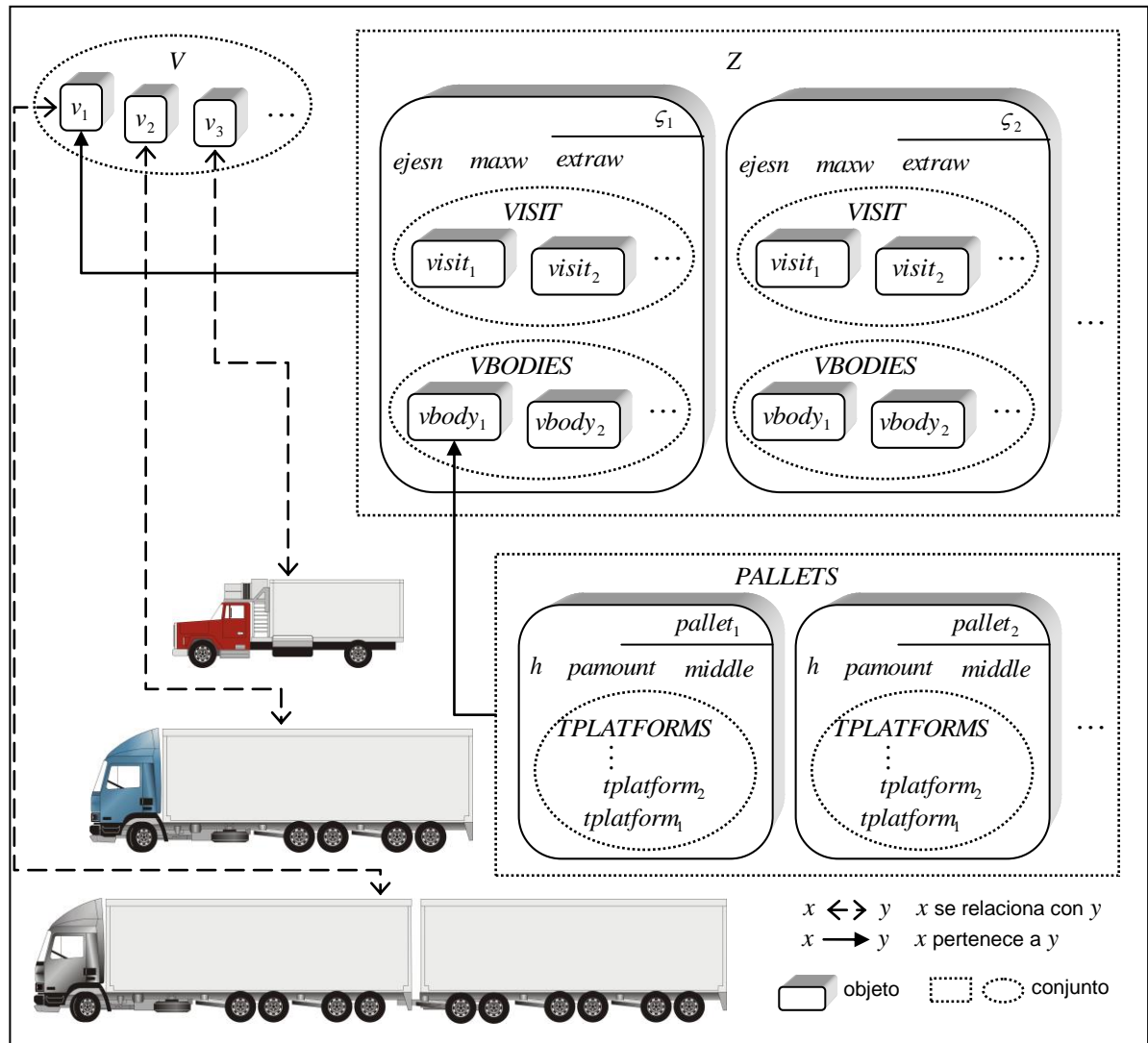


Figura 5.3. Elementos y relaciones estructurales de los vehículos.

5.2. Esquema de Solución

El esquema de solución diseñado, consta de dos etapas o fases débilmente acopladas y altamente cohesivas, ofreciendo con este nivel de abstracción un alto grado de flexibilidad y modularidad. La primera etapa: Asignación de Rutas y Horarios, define los recorridos a realizar por cada uno de los vehículos repartidores y construye sus horarios, el motor de dicha fase es el algoritmo heurístico no-determinista Sistema de Colonia de Hormigas (ACS, Ant Colony System), cuyo espacio de soluciones se encuentra definido por las múltiples variantes

VRP. La segunda etapa: Asignación de Cargas, distribuye y asigna los diferentes productos a transportar en cada uno de los vehículos con base en los clientes que serán visitados en una misma ruta, el algoritmo lleva a cabo tal proceso es un heurístico determinista denominado DiPro (Distribución de Productos).

La Figura 5.4 muestra el esquema de solución planteado. El ACS de la etapa de Asignación de Rutas y Horarios se conforma por un ACS básico y tres elementos más que extienden las capacidades de dicho algoritmo: una lista restringida de autoadaptativa, una búsqueda inicial y una búsqueda local. Por su parte el algoritmo DiPro se constituye por tres módulos básicos y uno optativo que intervienen en diferentes tiempos: módulo de construcción, módulo de asignación, módulo de balanceo y módulo de relleno.

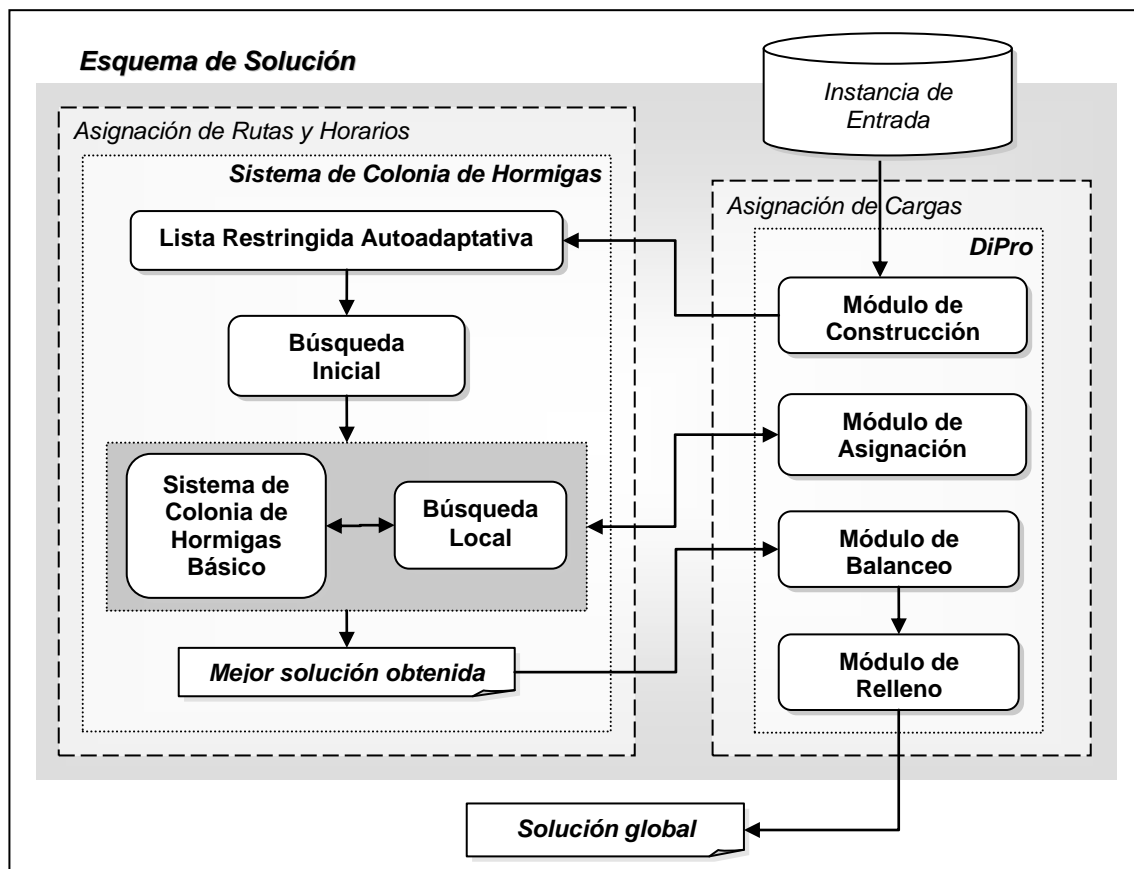


Figura 5.4. Esquema de Solución: Metodología basada en Heurísticas para la Solución Integral de Problemas de Asignación de Rutas, Horarios y Cargas en el Proceso de Distribución y Entrega de Productos.

La forma en que interactúan entre sí todos los componentes para concretar la construcción de la solución es la siguiente: antes de inicializar el proceso de búsqueda de la ruta óptima se invoca el Módulo Construcción que transforma los pedidos en tarimas homogéneas e incompletas, después se crea la Lista Restringida Autoadaptativa y se ejecuta la Búsqueda Inicial, seguida por la construcción de soluciones a través del ACS básico y de la mejora de estas mediante la Búsqueda Local.

El Módulo Asignación es invocado durante el proceso de construcción de la ruta y cada vez que se visita un cliente para mantener actualizada la información tanto de la carga que transporta cada unidad móvil como de la mercancía ya entregada. Cuando la búsqueda de soluciones se culmina y se obtiene la mejor solución generada, esta es completada a través del Módulo Balanceo y Módulo Relleno, ambos ejecutados fuera de línea, administrando de esta manera eficazmente el tiempo de cómputo. En las dos siguientes secciones se detallan cada uno de los algoritmos que conforman las etapas del esquema de solución.

5.3. Algoritmo para Asignación de Rutas y Horarios

En primera instancia se describirá el ACS básico, su perspectiva y directrices para posteriormente detallar los instrumentos de mejora a éste esquema básico. La elección del ACS como algoritmo para esta etapa se llevo a cabo al comparar su desempeño contra otras heurísticas: GRASP, Algoritmos Genéticos y Recocido Simulado, el Anexo A muestra la comparativa realizada.

5.3.1 Sistema de Colonia de Hormigas Básico

La Optimización basada en Colonia de Hormigas (ACO, Ant Colony Optimization) es un enfoque inspirado en el comportamiento de las hormigas para encontrar los caminos más cortos entre las fuentes de comida y el hormiguero. Todos los algoritmos ACO emplean:

- Información heurística, que mide la predilección por recorrer el camino comprendido entre v_r y v_s (se denota por η_{rs}).

- Información de los rastros de feromona artificial (también llamada función de visibilidad), que calcula la preferencia aprendida del movimiento de v_r a v_s , este conocimiento adquirido se modifica durante la ejecución del algoritmo dependiendo de las soluciones encontradas (se denota por τ_{rs}).

Para simplificar la explicación concíbese el problema como un grafo, donde los nodos representan los diferentes clientes y las aristas los caminos que los unen. Uno de los primeros algoritmos ACO desarrollados fue el Sistema de Hormigas (AS, Ant System), sin embargo para la presente investigación se empleo una evolución del AS, un Sistema de Colonia de Hormigas (ACS, Ant Colony System), en el cual las hormigas construyen incrementalmente una solución, moviéndose en forma concurrente a través de los estados adyacentes del problema, dicho movimiento es dirigido por una regla de transición pseudoaleatoria. El ACS cuenta con las siguientes tres características principales:

- Manipula una regla de transición denominada regla proporcional pseudoaleatoria. Sea k una hormiga situada en el nodo v_r , $q_0 \in [0,1]$ un parámetro de equilibrio entre los enfoques constructivos y q un valor aleatorio en $[0,1]$, el siguiente nodo s se elige aleatoriamente mediante las expresiones 36 y 37:

Si $q \leq q_0$

$$s = \arg \max_{s \in N_k(r)} \{ \tau_{rs} \eta_{rs}^\beta \} \quad \text{Si } s \in N_k(r) \quad (36)$$

sino

$s = f(p_{rs}^x)$ donde f es una función de selección aleatoria

$$p_{rs}^x = \begin{cases} \frac{\tau_{rs} \eta_{rs}^\beta}{\sum_{s \in N_k(r)} \tau_{rs} \eta_{rs}^\beta} & \text{Si } s \in N_k(r) \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (37)$$

donde β es la importancia relativa de la información heurística y $N_k(r)$ el conjunto de nodos disponibles. Como puede observarse, la regla tiene una doble intención: cuando $q \leq q_0$, explota el conocimiento disponible, eligiendo la mejor opción con respecto a la información heurística y los rastros de feromona. Sin embargo, si $q > q_0$ se aplica una exploración controlada a través de una distribución de probabilidad. En

resumen, la regla establece una armonía entre ambos procesos, la exploración de nuevas conexiones y la explotación de la información disponible en ese momento.

- Se realiza una actualización global de feromona fuera de línea. Para llevarla a cabo sólo se considera aquella hormiga que generó la mejor solución. La actualización se hace primero evaporando los rastros de feromona en todas las aristas utilizadas por la mejor hormiga y añadiendo un valor determinado por la efectividad de la solución encontrada, expresión 38.

$$\tau_{rs} \leftarrow (1 - \rho)\tau_{rs} + \rho\Delta\tau_{rs} \quad (38)$$

donde $\rho \in [0,1]$ es la tasa de evaporación de la feromona.

- Las hormigas aplican una actualización en línea paso a paso de los rastros de feromona que favorece la generación de soluciones distintas a las ya encontradas. Cada vez que una hormiga viaja por una arista comprendida entre v_r y v_s aplica la expresión 39:

$$\tau_{rs} \leftarrow (1 - \rho)\tau_{rs} + \rho\tau_0 \quad (39)$$

Para el ACS diseñado se utiliza el incremento en la actualización global ($\Delta\tau_{rs}$) como el inverso de la longitud de la solución global más corta generada por las hormigas, el rastro de feromona (τ_0) empleado en la actualización local, es el inverso del producto de la longitud de la solución global más corta generada y el número de nodos visitados, estableciendo así una dependencia con el tamaño de la instancia. La actualización global combinada con la regla pseudoaleatoria guían hacia una búsqueda más directa, las hormigas escudriñan en un vecindario de la mejor solución encontrada en la iteración del algoritmo. Mientras que la actualización local cambia dinámicamente la deseabilidad de uso de los diferentes caminos.

5.3.2 Definición del Cálculo de la Información Heurística

La elección del siguiente nodo a visitar es natural al ACS, sin embargo debido a que se cuenta con la variante HVRP que añade la necesidad de elegir el siguiente vehículo más adecuado para utilizar, donde cada unidad posee capacidades distintas es necesario aplicar las tres características del ACS tanto a la elección de los clientes como a la de los vehículos. A continuación se detallan las ecuaciones que describen el cálculo de la información heurística en ambas situaciones.

La expresión 40 define el cálculo de la información heurística involucrada en la selección de clientes:

$$\eta_{rs} = (\Delta t_{rs} \cdot (ws_s + st_s) \cdot tc_{rs})^{-1} \quad (40)$$

donde el factor Δt_{rs} es la diferencia entre el tiempo actual y el tiempo en que se atenderá al vehículo en el nodo s (incluido el tiempo de espera), ws_s representa el tamaño restante de la ventana de tiempo en s , st_s es el tiempo de servicio en s y tc_{rs} el costo de viaje del nodo r al nodo s . Como puede apreciarse el cálculo da preferencia a aquellos clientes donde el tiempo necesario para llegar a ellos a partir de la posición presente sea menor, cuyo horario de atención desde la hora actual y tiempo de servicio sea más pequeño, e impliquen un tiempo de viaje mínimo.

La expresión 41 define el cálculo de la información heurística implicada en la selección de vehículos:

$$\eta_v = \left(nv_v \cdot (\overline{TM}_v + \overline{TR}_v) \cdot \frac{tr_v}{tt_v} \cdot idpref_v \right)^{-1} \quad (41)$$

donde η_v es el valor de la información heurística para la unidad móvil v , nv_v es una cota de la cantidad de viajes requeridos por el vehículo v para satisfacer todas las demandas de $N_k(r)$, \overline{TM}_v es el promedio del tiempo de servicio en todo $N_k(r)$, \overline{TR}_v es el tiempo promedio de viaje del vehículo a todo $N_k(r)$, tr_v el tiempo de trabajo disponible por el vehículo v , tt_v el tamaño del horario de atención del vehículo, obteniendo con estos dos últimos componentes un factor de tiempo de uso/disponible y $idpref_v$ el grado de predilección de uso del vehículo v . La expresión 41 implica una inclinación por aquellos vehículos cuyos tiempos de viaje, tiempos de servicio, periodo restante de servicio y nivel de preferencia sean menores; es decir se prefieren los vehículos con mayor capacidad de carga, velocidad y predilección del usuario, así como aquellos con rutas ya asignadas.

Ambas funciones de visibilidad van dirigidas hacia la disminución de la cantidad de vehículos y tiempo de viaje a recorrer, la primera eligiendo clientes cercanos cuyos horarios de atención

están apunto de finalizar (evitando el uso de otro vehículo para satisfacer a estos), y la segunda dando prioridad a vehículos con mayor capacidad y menor tiempo de viaje.

5.3.3 Lista Restringida Autoadaptativa

De acuerdo con [Dorigo, 1997], el uso de una Lista Restringida de Candidatos por parte de las hormigas en el proceso constructivo resulta ventajoso debido a la condición restrictiva en la creación de soluciones factibles y las distintas posibilidades de distribución de los clientes. Una Lista Restringida de Candidatos limita la población global del momento en el proceso de selección del siguiente nodo, a un subconjunto que cumple con cierto criterio previamente especificado. Debido a las variaciones de la densidad geográfica en diferentes puntos del espacio de una misma instancia, la definición de regiones con mínima distancia entre los puntos pertenecientes a dicha región permite restringir la selección del siguiente punto de visita. A continuación se bosqueja la metodología de creación y uso de la Lista Restringida de Candidatos Autoadaptativa a partir de un método de agrupación jerárquico.

Formación y Gestión de la Lista Restringida de Candidatos:

1. Se forma el mínimo árbol de expansión completa o árbol abarcante (MST, Minimum Spanning Tree) que incluya a todos los clientes y a los centros de embarque de la instancia.
2. Se obtiene la media (μ), desviación estándar (σ), costo mínimo y máximo asociados a los caminos incluidos en el MST.
3. El porcentaje de variabilidad (θ) de los costos asociados a cada camino perteneciente al MST se calcula mediante la expresión 42 que normaliza σ .

$$\theta = \frac{\sigma}{2 \cdot \left(\arg \max_{arc_{rs} \in MST} \{tc_{rs}\} - \arg \min_{arc_{rs} \in MST} \{tc_{rs}\} \right)} \quad (42)$$

En caso de que $\theta < 0.1$, indica que el porcentaje de variabilidad alrededor de la media oscila en un 10% (valor sumamente bajo), por lo que la ubicación de los clientes en la instancia se aproxima a una distribución uniforme. Por el contrario, un valor de $\theta \geq 0.1$ revela la posible existencia de regiones en el espacio con densidad mayor en cuanto a la población de clientes.

4. La definición de las regiones se realiza obedeciendo la regla de agrupación: Si $\theta \geq 0.1$ se prosigue con la formación de conglomerados mediante una agrupación jerárquica, de lo contrario, todos los clientes forman un solo conglomerado. El valor inicial del umbral de aceptación es calculado mediante la expresión 43. Este punto caracteriza el atributo autoadaptativo del método.

$$\omega = 2 \cdot \arg \min_{ar_{rs} \in MST} \{tc_{rs}\} \quad (43)$$

La Figura 5.5 muestra el proceso de agrupación jerárquica, donde h_i es un grupo cualquiera perteneciente al conjunto de conglomerados H y c_i el nodo i , $c_i \in C$.

5. Una vez definida la pertenencia de cada cliente a un conglomerado, el valor de la información heurística es modificada con la regla de pertenencia:

Si $h_i \neq h_j \mid c_r \in h_i \wedge c_s \in h_j, h_i \in H, h_j \in H$

$$\eta_{rs} = \eta_{rs} \cdot \frac{|H|}{|C|} \quad (44)$$

Procedimiento <i>Agrupación Jerárquica</i> ()	
1	$ H = C $
2	$\forall h_i \in H$ hacer $h_i = c_i \in C$
3	do
4	do
5	$\forall h_i, h_j \in H \mid i \neq j$ calcular la distancia de Mahalanobis con
6	$dM(h_i, h_j) = \frac{d_{ij}}{N_i N_j}$, donde $d_{ij} = \sum_{\substack{c_m \in h_i \\ c_l \in h_j}} d(c_m, c_l)$, $N_i = h_i $ y $N_j = h_j $
7	if $dM(h_i, h_j) < \omega$ then
8	$h_i \leftarrow h_i \cup h_j$
9	end if
10	while haya cambios en H
11	$\omega = \omega \cdot (1 + \theta)$
12	while haya cambios en H

Figura 5.5. Procedimiento de Agrupación Jerárquica.

La expresión 44 permite inhibir en forma proporcional la preferencia de un nodo con respecto al resto con base en el grado de dispersión de los nodos.

5.3.4 Búsqueda Inicial

Como ya se mencionó, el ACS emplea dos enfoques para realizar la construcción de soluciones, la explotación, que hace uso de la información adquirida por las hormigas, y la exploración, un procedimiento semi-aleatorio basado en una distribución de probabilidad proporcional con base en la preeminencia de la feromona e información heurística. Debido a que el enfoque explotativo es sumamente similar a una búsqueda avara, la posibilidad de usarlo como una búsqueda inicial redundante en soluciones de buena calidad sobre otros métodos con directriz más sencilla, como la heurística del vecino más cercano.

La expresión 45 define la guía de preferencia del nodo en la búsqueda inicial del método de solución, mientras que para la selección del vehículo se utiliza la expresión 41.

$$\eta_{rs} = (\Delta t_{rs} \cdot w s_s + s t_s)^{-1} \quad (42)$$

5.3.5 Búsqueda Local

A pesar de lo sofisticadas y aparentemente adecuadas que pueden resultar algunas metaheurísticas constructivas como el ACS; [Jonson, 1995] demuestra la efectividad de alternar una heurística de búsqueda local a partir de la última o mejor solución producida, en vez de ejecutar iterativamente sólo el método constructivo; por lo tanto la posibilidad de añadir al ACS una Búsqueda Local resulta una alternativa prometedora. Tal tipo de mecanismos forman una clase general de heurísticas aproximadas o subóptimas, basadas en el concepto de mejora iterativa mediante la exploración de vecindades. La generación de un vecino se logra a través de un esquema κ que cambia un atributo o combina características de la solución actual.

La Búsqueda Local efectúa una exploración miope, pues sólo acepta soluciones secuenciales originadas por su diseño; la Figura 5.6 generaliza este concepto, sea κ el esquema de vecindad, s una solución factible y χ^s la función de aptitud de la solución.

Para la incorporación de la Búsqueda Local al ACS se eligieron los esquemas de intercambio de ejes: 3-opt [Bock, 1958] y Cross-Exchange [Taillard, 1997], operando sobre una y dos rutas respectivamente, ambos incluyen implícitamente otros operadores más sencillos, el primero

contiene por naturaleza al 2-opt [Croes, 1958], y el segundo, al permitir el uso de segmentos vacíos comprende movimientos de tipo 2-opt* [Potvin, 1995], Relocalización, y Exchange [Prosser, 1996], haciéndolo sumamente versátil. Las Figuras 5.7 y 5.8 muestran gráficamente cada uno de los operadores de búsqueda local.

Procedimiento <i>Búsqueda Local</i> (κ, s)	
1	repeat
2	Buscar en el vecindario, $\kappa(s)$
3	if se encuentra s' con $\chi^{s'} < \chi^s$ then
4	$s \leftarrow s'$
5	end if
6	until no se encuentren soluciones s' factibles con menor costo

Figura 5.6. Procedimiento de Búsqueda Local.

5.3.6 El ACS en Ruteo

El algoritmo ACS de la etapa de ruteo se muestra en la Figura 5.9. Este algoritmo inicia en la línea 4 y concluye cuando el tiempo programado como criterio de paro haya expirado, línea 28. En la primera línea se construye la lista restringida de candidatos autoadaptativa basada en agrupación jerárquica, ilustrada en la subsección 5.3.3. En seguida se crea una solución inicial factible usando la búsqueda inicial descrita en el apartado 5.3.4, dicha solución se tomará como la mejor global ψ^{gb} . La línea 3 calcula el valor de predilección de la solución (función objetivo, sección 4.3) al evaluarla mediante la suma del número de vehículos empleados y una normalización de la distancia recorrida, se persigue minimizar dicho valor.

La sección comprendida entre las líneas 5 y 24 llevan a cabo el proceso de minimización de la función de aptitud de la solución, creando una colonia de hormigas por cada iteración. En dicho proceso se busca mejorar la solución global, construyendo un número definido de hormigas por colonia y actualizando local y globalmente la feromona de clientes y vehículos, líneas 19 a la 20 y 22 a la 23 respectivamente. Cuando una solución local ha sido mejorada, línea 15, se termina la colonia actual, línea 17; la solución local es comparada con la mejor solución global, línea 25 y se hacen las actualizaciones necesarias, líneas 26 y 27, para continuar con la ejecución del algoritmo. La condición de paro de las líneas 24 y 28 se especifican con base en el número de iteraciones y tiempo de ejecución respectivamente.

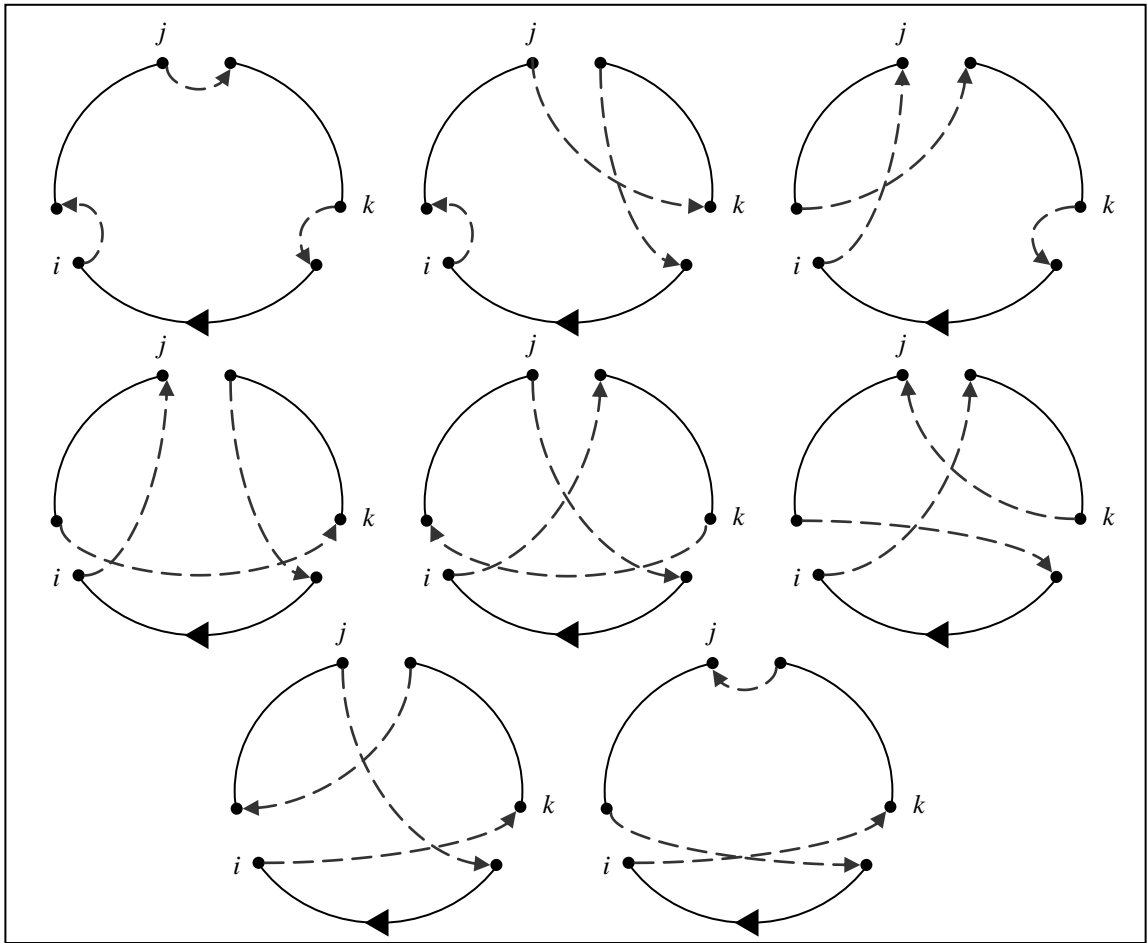


Figura 5.7. Esquema 3-opt, se muestran las ocho posibles combinaciones que ofrece el operador 3-opt, dicho operador sólo puede actuar sobre una misma ruta.

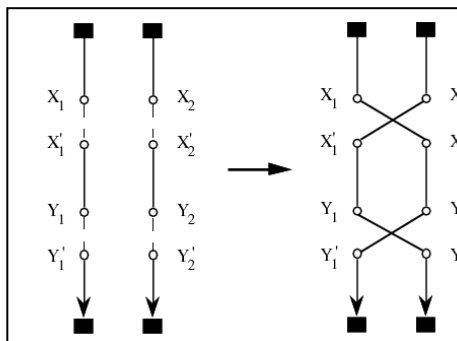


Figura 5.8. Esquema Cross-Exchange, éste operador actúa sobre dos rutas, donde la longitud de los segmentos que intervienen de ambas rutas pueden variar desde cero hasta tres nodos, este enfoque añade una gran versatilidad al esquema.

```

Algoritmo Ant Colony System ( $\beta$ ,  $\rho$ ,  $q_0$ )
1   $H \leftarrow \text{lista\_restringida\_autoadaptativa}()$  /* creación de la lista restringida */
2   $\psi^{gb} \leftarrow \text{busqueda\_inicial}()$  /* inicializar mejor solución global */
3   $\chi^{gb} \leftarrow \#\text{vehiculos\_activos}(\psi^{gb}) + (1 - J_{\psi^{gb}}^{-1})$  /* evaluación de la función de aptitud */
4  repeat /* inicia algoritmo ACS */
5    repeat /* iniciar proceso de minimización de la función de aptitud */
6       $\psi^{lb} \leftarrow \text{solucion\_inicial}$  /* inicializar mejor solución local */
7       $\chi^{lb} \leftarrow \#\text{vehiculos\_activos}(\psi^{lb}) + (1 - J_{\psi^{lb}}^{-1})$  /* evaluación de la función de aptitud */
8       $\forall j: IN_j \leftarrow 0$  /* inicializar mecanismo de castigo para clientes no visitados */
9      for each hormiga  $k \in K$  /* iniciar optimización de colonia de hormigas */
10        $\psi^k \leftarrow \text{nueva\_solucion}(k, \#\text{vehiculos\_activos}(\psi^{lb}) - 1, IN, H)$  /* crear nueva solución */
11        $\forall s \notin \psi^k: IN_s \leftarrow IN_s + 1$  /* actualizar INs, veces que j no ha sido visitada */
12        $\chi^k \leftarrow \#\text{vehiculos\_activos}(\psi^k) + (1 - J_{\psi^k}^{-1})$  /* evaluación de la función de aptitud */
13       Búsqueda local ( $\psi^k$ , 3-opt) /* búsqueda local: esquema 3-opt */
14       Búsqueda local ( $\psi^k$ , Cross-Exchange) /* búsqueda local: esquema Cross-Exchange */
15       if  $\chi^k < \chi^{lb}$  then /* si mejora la solución */
16          $\psi^{lb} \leftarrow \psi^k$  /* actualizar mejor solución de la colonia */
17       end repeat /* termina minimización de la función de aptitud */
18       end if
19        $\forall v \in \psi^{lb}: \tau_v \leftarrow (1 - \rho) \cdot \tau_v + \frac{\rho}{J_{\psi^{lb}}}$  /* actualización local de la feromona: vehículos */
20        $\forall r, s \in \psi^{lb}: \tau_{rs} \leftarrow (1 - \rho) \cdot \tau_{rs} + \frac{\rho}{J_{\psi^{lb}}}$  /* actualización local de la feromona: caminos */
21     end for each
22      $\forall v \in \psi^{gb}: \tau_v \leftarrow (1 - \rho) \cdot \tau_v + \frac{\rho}{J_{\psi^{gb}}}$  /* actualización global de la feromona: vehículos */
23      $\forall r, s \in \psi^{gb}: \tau_{rs} \leftarrow (1 - \rho) \cdot \tau_{rs} + \frac{\rho}{J_{\psi^{gb}}}$  /* actualización global de la feromona: caminos */
24   until criterio de paro alcanzado
25   if  $\psi^{lb}$  es factible  $\wedge \chi^{lb} < \chi^{gb}$  then /* si mejora en solución global */
26      $\psi^{gb} \leftarrow \psi^{lb}$  /* actualizar mejor solución global */
27      $\chi^{gb} \leftarrow \#\text{vehiculos\_activos}(\psi^{gb}) + (J_{\psi^{gb}})^{-1}$ 
28   end if
until criterio de paro alcanzado

```

Figura 5.9. Algoritmo ACS para la etapa de Ruteo.

El rastro de feromona se actualiza dos veces durante el desarrollo del algoritmo. Primero se actualiza durante la construcción de la solución por una hormiga y después cuando todas las hormigas han concluido su búsqueda.

El vector entero IN_s contiene el número de veces que un cliente j no se ha tomado en cuenta para formar una solución. IN es empleado por el proceso de construcción para favorecer a los clientes que no se incluyen frecuentemente en una solución ψ .

El proceso constructivo $nueva_solución()$ como su nombre lo indica crea una nueva solución para la hormiga k (ver Figura 5.10); se generan uno a uno los recorridos para cada vehículo, satisfaciendo las demandas de los clientes que se encuentran en el recorrido.

Procedimiento $nueva_solución(k, t, IN, H)$	
1	do
2	Determinar el conjunto de vehículos factibles $N_v(r)$
3	for each vehículo $v \in N_v(r)$
4	$\eta_v = \left(nv_v \cdot (\overline{TM}_v + \overline{TR}_v) \cdot \frac{tr_v}{tt_c} \right)^{-1} \quad /* \text{ calcular función de visibilidad de los vehículos } */$
6	end for each
7	Elegir siguiente vehículo $vehi \in N_v(r)$ usando explotación y exploración
8	$\psi \leftarrow \psi \cup vehi$ /* incorporar el vehículo seleccionado a la solución en construcción */
9	$r \leftarrow \#depot(vehi)$ /* el centro de embarque de $vehi$ es la primer localidad visitada en la ruta */
10	$\psi \leftarrow \psi \cup r$ /* incorporar el centro de embarque a la solución en construcción */
11	do
12	Determinar el conjunto de clientes $N_k(r)$ que el vehículo $vehi$ puede visitar desde r
13	for each cliente $r \in N_k(r)$
15	$\eta_{rs} = (\Delta t_{rs} \cdot (ws_s + st_s) \cdot tc_{rs})^{-1} \quad /* \text{ calcular función de visibilidad de los clientes } */$
16	$\eta_{rs} = \max(1.0, \eta_{rs} - IN_s) \quad /* \text{ favorecer clientes menos frecuentemente incluidos } */$
17	if $h_i \neq h_j \mid c_r \in h_i \wedge c_s \in h_j, h_i \in H, h_j \in H$ then
18	$\eta_{rs} = \eta_{rs} \cdot \frac{ H }{ C } \quad /* \text{ inhibir feromona con base en la lrc autoadaptativa } */$
19	end if
20	end for each
21	Elegir siguiente cliente $s \in N_k(r)$ usando explotación y exploración
22	$\psi \leftarrow \psi \cup s$ /* incorporar el cliente elegido a la solución en construcción */
23	Actualizar la demanda satisfecha en el cliente s
24	$\tau_{rs} \leftarrow (1 - \rho)\tau_{rs} + \rho\tau_0$ /* actualización local de la feromona en clientes */
25	$r \leftarrow s$ /* cambiar el nodo actual donde el vehículo esta localizado */
26	until $N_k(r) = \phi$
27	$\tau_{vehi} \leftarrow (1 - \rho)\tau_{vehi} + \rho\tau_0$ /* actualización local de la feromona en vehículos */
28	until se satisfagan las demandas de todos los clientes o $\#vehiculos_activos(\psi) > t$
29	return ψ

Figura 5.10. Función $nueva_solución()$.

La construcción del recorrido da comienzo cuando el vehículo sale del centro de embarque para servir a los clientes, siendo r este primer nodo. El primer paso para crear un recorrido es determinar el conjunto de vehículos disponibles $N_v(r)$, línea 2, que contendrá aquellos vehículos que aún pueden ser usados para abastecer a los clientes. Después, el valor de la información heurística para cada vehículo que pertenece a $N_v(r)$ es calculada, líneas 3 a 6, para finalmente seleccionar uno, línea 7, durante este paso se emplean los mecanismos de exploración y explotación del ACS.

La elección del siguiente cliente a visitar s se realiza utilizando las estrategias de exploración, explotación y la lista restringida autoadaptativa, líneas 12 a la 21. El cliente seleccionado s es ahora el actual r , línea 25. Mientras el conjunto $N_k(r)$ de clientes factibles de visitar no este vacío el vehículo continuará visitando, de otra forma regresará al centro de embarque, línea 26. Cabe resaltar que la actualización local de la feromona para los clientes se realiza cada vez que un nuevo cliente es visitado, línea 24, mientras que la de los vehículos se efectúa hasta que la unidad concluye un recorrido, línea 27. El conjunto de recorridos de un mismo vehículo constituyen su ruta.

5.3.7 Gestión de Variantes VRP dentro del ACS en Ruteo

La función *nueva_solución()* contempla el manejo de todas las variantes VRP involucradas. La sentencia de la línea 7 manipula la variante VRPM y la restricción de ventanas de tiempo en los vehículos; el conjunto $N_v(r)$ incluye sólo aquellos vehículos que aún cuentan con tiempo disponible para servir a los clientes, aún si los vehículos han sido asignados a otros recorridos.

Tanto las variantes VRPTW, VRPMTW y CCVRP, como la restricción de múltiples ventanas de tiempo en los centros de embarque, se contemplan en el manejo de una lista encadenada para cada localidad de visita, cada lista contiene elementos definidos por el inicio y fin de un periodo de atención disponible y la capacidad restante de visita en cuanto al número de vehículos en dicho lapso. Este esquema se actualiza en tiempo de ejecución a través de la visita por parte de las unidades móviles a la localidad, partiendo o eliminando elementos de la

lista con base en el tiempo de servicio, de llegada y de salida del vehículo a la localidad en cuestión.

La restricción y variantes anteriores aunadas a sdVRP, rdVRP y CVRP son manipuladas en la línea 12, donde el conjunto de clientes factibles $N_k(r)$ es construido; un cliente sólo será factible si satisface todas las condiciones impuestas.

Una adecuada definición estructural del elemento solución ψ permite la existencia de varios centros de embarque y demandas entre ellos, características propias de las variantes MDVRP, VRPM y DDVRP. La línea 23 contempla a SDVRP, debido a que la actualización de la demanda de un cliente s significa que es posible que un vehículo que visite a s en un determinado recorrido pudiera no satisfacer toda su demanda, dejando un resto a ser satisfecho por otra unidad.

Finalmente la variante HVRP emplea propiedades de la estructura *veh* que definen otras características además de su capacidad de carga.

5.4. Algoritmo para Asignación de Cargas

El algoritmo DiPro se conforma por tres módulos esenciales y uno optativo que en conjunto constituyen la etapa de Cargas: Módulo Construcción, Módulo Asignación, Módulo Balanceo y Módulo Relleno, a continuación se detallan.

5.4.1 Módulo Construcción

El Módulo Construcción proporciona la distribución inicial del producto en tarimas basado en las especificaciones del Problema de Asignación de Cargas. La idea básica se plasma en la Figura 5.11 las cajas de producto forman camas homogéneas, es decir camas del mismo producto, aquellas cajas que no pueden integrar camas se denominan resto de cajas. Las camas homogéneas conforman tarimas homogéneas, plataformas acotadas por una altura conforme al

tipo de producto, por lo que constituyen tarimas completas; a las camas sobrantes que no forman tarimas homogéneas se les nombra resto de camas homogéneas, el cuál es apilado creando plataformas parciales del mismo producto, es decir tarimas incompletas, asegurando que las camas del mismo producto permanezcan juntas dentro de una misma tarima.

Las tarimas incompletas son utilizadas únicamente para los Módulos Construcción y Asignación, pues al concluir éste último, tales elementos son transformados en tarimas heterogéneas. Con el resto de cajas se crean camas heterogéneas respetando sus condiciones de construcción, donde cada una por si sola es considerada como tarima incompleta, aquellas cajas que no logran pertenecer a alguna tarima ó cama debido a los límites numéricos de composición son llamadas sobrante y no son consideradas en el Problema de Asignación de Cargas, debido a que son despreciables.

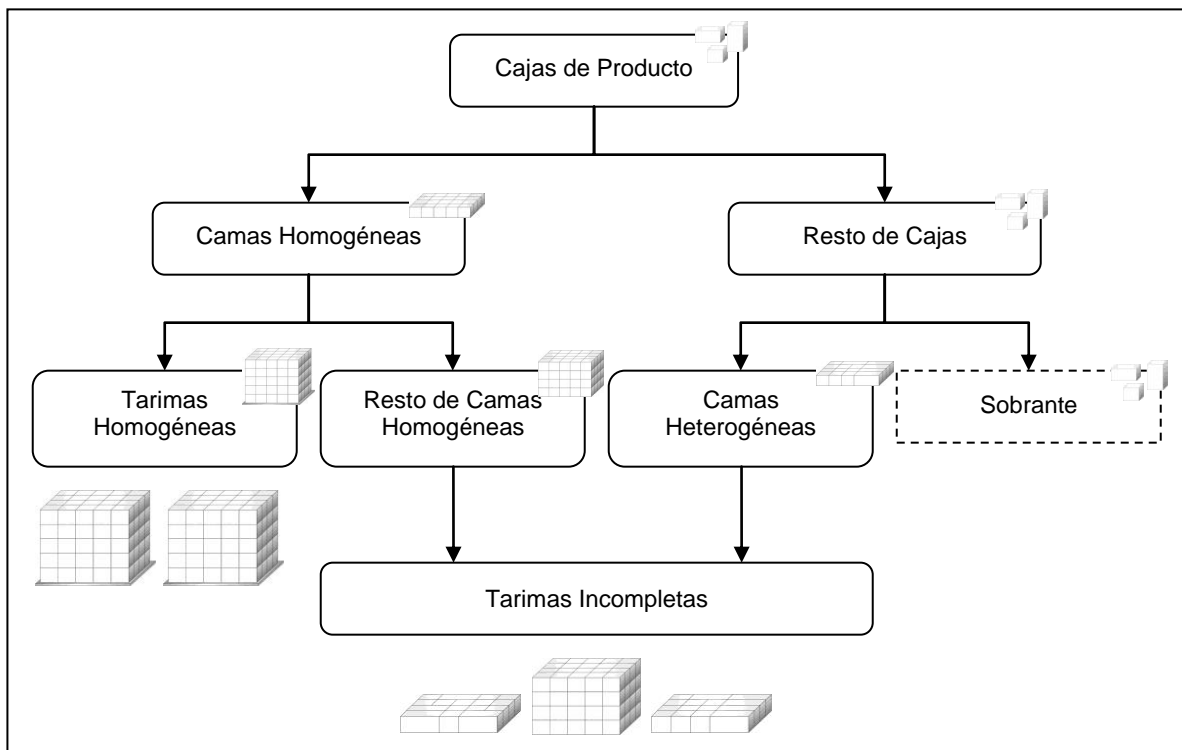


Figura 5.11. Esquema del Módulo Construcción, se bosqueja la transformación de cajas de producto a tarimas homogéneas e incompletas.

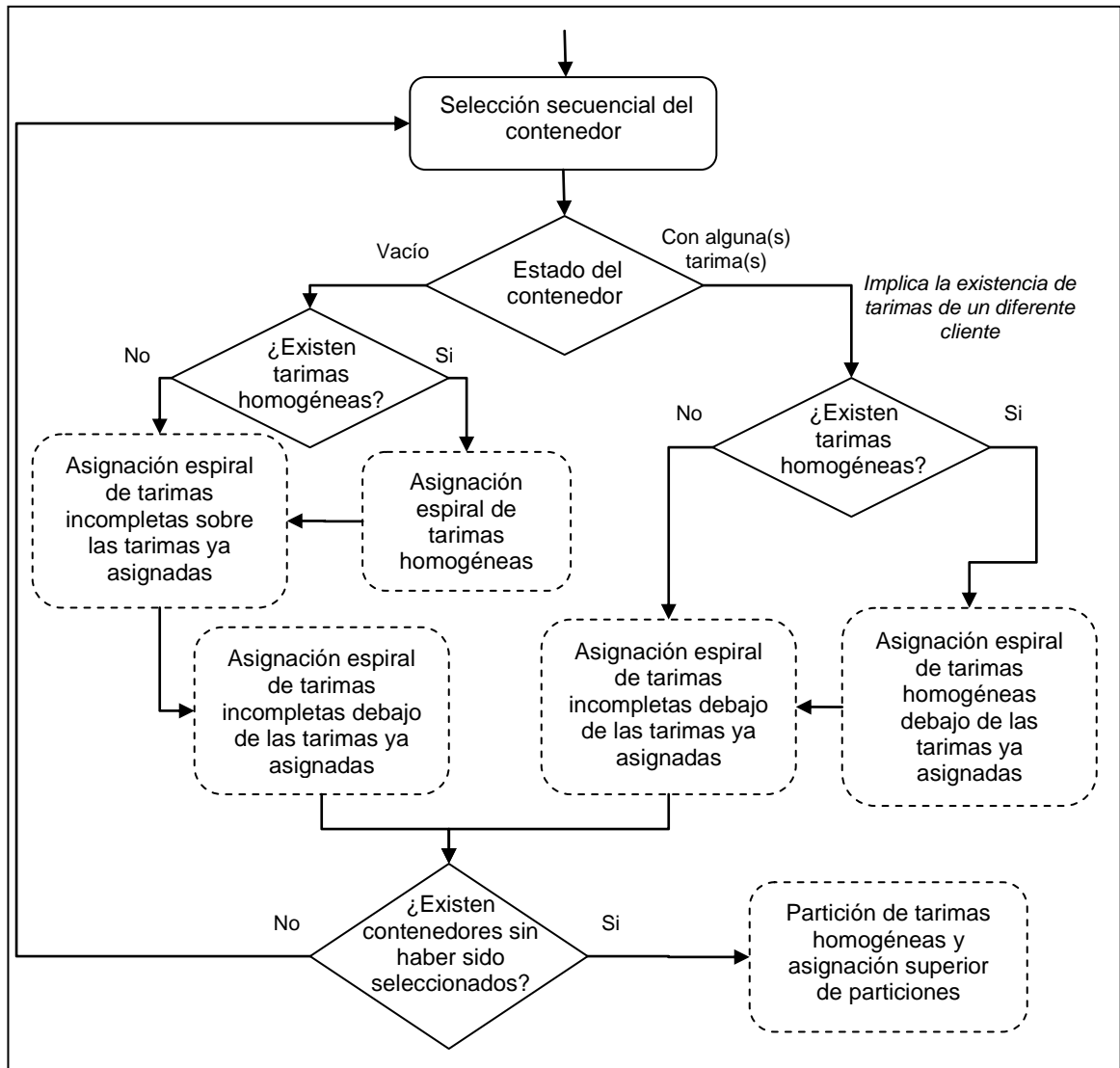


Figura 5.13. Curso de acción del Módulo Asignación.

En la Figura 5.13 se resume el curso de acción del Módulo Asignación en los diferentes escenarios que pueden presentarse, esta táctica permite asegurar por su naturaleza el acomodo con base en el orden de visita de los clientes, donde la asignación o acomodo tiene una forma de espiral, estrategia que se explica a continuación. El proceso de partición y asignación de tarimas completas excede los tiempos de esta tesis, por lo que su análisis y diseño se propone como un trabajo futuro.

La Figura 5.14 grafica el proceso de asignación espiral, inicialmente se ordenan todos los elementos por peso soportado. Después se busca un elemento que cumpla con todas las

la base de la tarima), una vez que no es posible apilar una tarima incompleta más, el conjunto de tarimas incompletas se transforma en sus respectivas tarimas heterogéneas, la Figura 5.15 ilustra este proceso.

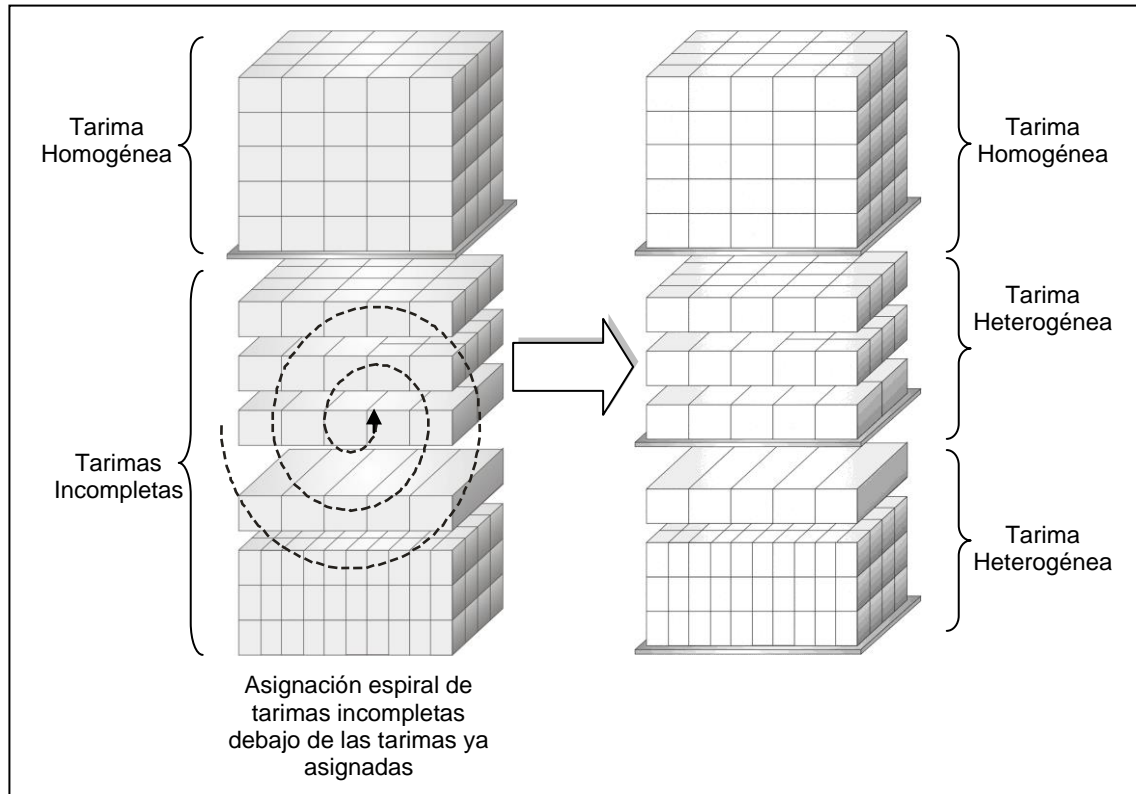


Figura 5.15. Conversión de tarimas incompletas a heterogéneas.

El último paso en la Figura 5.13 lleva a cabo la partición de tarimas homogéneas existentes para su acomodo en la parte superior de los contenedores, sólo si este es posible y cuando en el mismo contenedor no hay tarimas de otro cliente; así para casos en los que no existan tarimas incompletas o éstas ya hayan sido asignadas no se desperdicia el espacio del contenedor restante. Por ejemplo si un contenedor mide 2.5 metros y todas las tarimas que aún no han sido acomodadas miden 1.5 metros, se colocaría una tarima homogénea en el contenedor, y esta última característica descrita, abriría la posibilidad de dividir una de las tarimas homogéneas existentes y acomodar una porción de ésta, con base en las restricciones impuestas por la tarima homogénea ya asignada.

5.4.3 Módulo Balanceo

La función de éste módulo es el balanceo aproximado de la carga manteniendo un orden específico con base en la secuencia de visita a los clientes pertenecientes a un mismo recorrido, el producto de los primeros clientes en ser visitados se prefiere en la parte posterior de la unidad y los últimos en la frontal, en forma conjunta la carga debe distribuirse de manera que las tarimas de mayor peso se coloque en la parte frontal del vehículo y las de menor en la posterior.

La Figura 5.16 detalla el procedimiento del Módulo Balanceo, en el cual todo el conjunto de tarimas asignadas a un mismo contenedor son llamadas pila de producto. Es factible mover las pilas de producto de un contenedor a otro si y sólo si la pila de producto cabe con respecto a su altura dentro del contenedor destino; éste principio permite llevar a cabo el reacomodo de las pilas de producto asignadas en el módulo anterior en forma independiente.

Procedimiento Modulo Balanceo (v)	
1	Asignar clases $class_{container}$, $\forall container_i \in CONTAINERS_v$
2	Asignar clases $class_\gamma$, $\forall \gamma \in N_\gamma(v)$
3	set $\forall \gamma \in N_\gamma(v)$: no reasignada
4	Ordenar $\gamma \in N_\gamma(v)$ por altura/clase, sucesión de visita y peso de pila
5	set $\forall container_i \in CONTAINERS_v$: no utilizado
6	while $N_\gamma(v) \neq \phi$
7	Seleccionar $container_i$ no utilizado ubicado más cercano al frente
8	$\gamma = \arg \max_{\gamma \in N_\gamma(v)} (N_\gamma(v)) \mid class_\gamma \leq class_{container}$
9	$container_i \leftarrow \gamma$
10	set γ : reasignada
11	set $container_i$: utilizado
12	end while

Figura 5.16. Procedimiento de Módulo Balanceo.

Para un vehículo v sea $CONTAINERS_v$ el conjunto de todos los contenedores, inicialmente se agrupan los contenedores: la clase de cada contenedor ($container_i$) se determina en función del tamaño, aquellos contenedores cuya altura sea la menor constituirán la clase 1, los de la siguiente altura la clase 2 y así sucesivamente. Inicialmente cada pila de producto (γ) se

marca como no reasignada y se le asigna una clase con base en la agrupación de los contenedores: cada pila de producto toma el valor de clase de aquel contenedor con menor altura en el que sea posible acomodarlo. Sea $N_v(v)$ el conjunto de todas las pilas de producto asignadas al vehículo v marcadas como no reasignadas. Las pilas de producto se ordenan en un vector en forma ascendente con base en la clase, después por sucesión de visita de los clientes (del primero al último en ser visitado, en caso de que la pila este formada por producto de más de un cliente se toma como referencia el cliente al que pertenece la tarima superior de la pila) finalmente por peso de la pila. Las pilas de producto son marcadas como no reasignadas y los contenedores como no utilizados.

Mientras exista alguna pila de producto sin ser reasignada, se selecciona un contenedor no utilizado cuya localización sea lo más cercana al frente del vehículo, a éste contenedor le es colocada la pila de producto cuya posición en el vector de ordenamiento sea la mayor y cuya clase sea menor o igual a la clase del contenedor, se actualiza el conjunto $CONTAINERS_v$ y $N_v(v)$.

5.4.4 Módulo Relleno

El Módulo Relleno es considerado optativo, ya que su tarea es completar aquellos contenedores donde aún exista espacio disponible, asignado tarimas formadas por producto de mayor rotación, el término “mayor rotación” se refiere al producto que tiene mayor demanda por los consumidores, este proceso implica tanto la creación de nuevas tarimas con producto de mayor rotación como la asignación de éstas, respetando todas las restricciones impuestas, su estudio se deja como un trabajo futuro.

Capítulo 6

EXPERIMENTACIÓN

6.1 Experimentación con Casos Teóricos

Para comprobar la efectividad de la Metodología Basada en Heurísticas para la Solución Integral de Problemas de Asignación de Rutas, Horarios y Cargas se desarrolló, a partir de ella un Sistema Basado en Heurísticas para Asignación de Rutas, Horarios y Cargas (SBH-ARHC) el cual fue validado con instancias teóricas extraídas de comunidades científicas especializadas en el área e instancias reales proporcionadas por la empresa del caso de estudio. En este apartado se presentan los resultados obtenidos sobre instancias teóricas.

De acuerdo con Bräysy⁸ la variante de VRP más estudiada y una de las que implica mayor complejidad en el ámbito científico es el VRPTW: por ello, y para demostrar la efectividad del ACS de la etapa de Asignación de Rutas y Horarios (de aquí en adelante denominado ACS-

⁸ O. Bräysy and M. Gendreau, *Metaheuristics for the Vehicle Routing Problem with Time Windows*, tech. report, SINTEF Applied Mathematics, Department of Optimization, Norway, 2001.

ARH), se verificó el rendimiento de éste con un conjunto de pruebas ampliamente usado para validar modelos VRPTW, el benchmark de Solomon conformado por 56 instancias de seis tipos diferentes (C1, C2, R1, R2, RC1, RC2) con 100 nodos cada una [Solomon, 1987], las características de cada tipo de instancia se muestran en la Tabla 6.1.

Tabla 6.1. Clasificación de las instancias VRPTW de Solomon.

Tipo de Instancia	Localización de los Clientes	Características Adicionales
C1	Agrupados en cúmulos dentro de un área.	Ventanas de tiempo ajustadas y poca capacidad de carga en los vehículos.
C2	Agrupados en cúmulos dentro de un área.	Ventanas de tiempo amplias y gran capacidad de carga en los vehículos.
R1	Uniformemente distribuidos sobre un área cuadrada.	Ventanas de tiempo ajustadas y poca capacidad de carga en los vehículos.
R2	Uniformemente distribuidos sobre un área cuadrada.	Ventanas de tiempo amplias y gran capacidad de carga en los vehículos.
RC1	Combinación de cúmulos y distribución uniforme.	Ventanas de tiempo ajustadas y poca capacidad de carga en los vehículos.
RC2	Combinación de cúmulos y distribución uniforme.	Ventanas de tiempo amplias y gran capacidad de carga en los vehículos.

Para la experimentación se utilizaron los siguientes valores de parámetros del ACS-ARH: $q_0 = 0.7$, $\beta = 11$, $\rho = 0.1$, 15 generaciones de hormigas por colonia, y 10 hormigas por generación. El algoritmo fue codificado en C# y probado en una computadora con Procesador Xeon 3.06 Ghz de velocidad, 3.87 Gb de RAM, bajo plataforma Windows Server 2003.

Las Tablas 6.2 y 6.3 detallan el comportamiento del ACS-ARH a través del tiempo, contrastando calidad de la solución contra esfuerzo computacional requerido, proporcionando una columna por cada tipo de instancia, donde se provee el promedio, y una para la cuenta acumulada. Los resultados bosquejados en dichas tablas fueron calculados sobre el promedio de 30 ejecuciones del algoritmo sobre cada instancia.

Como complemento de la información anterior, la Tabla 6.4 detalla estadísticamente la media de los resultados y su variabilidad a través del tiempo.

Tabla 6.2. Comportamiento promedio y cuenta acumulada en relación al número de vehículos del ACS-ARH a través del tiempo aplicado a instancias VRPTW de Solomon.

Tiempo (segundos)	Comportamiento Promedio						Cuenta Acumulada
	R1	R2	C1	C2	RC1	RC2	
25	13.16	3.14	10.00	3.05	12.90	3.45	437.80
50	13.06	3.10	10.00	3.01	12.80	3.43	435.06
100	12.99	3.09	10.00	3.00	12.68	3.41	434.07
200	12.92	3.08	10.00	3.00	12.57	3.37	430.66
400	12.87	3.08	10.00	3.00	12.45	3.37	429.10
800	12.79	3.05	10.00	3.00	12.37	3.37	427.13
1600	12.73	3.03	10.00	3.00	12.31	3.37	425.70

Tabla 6.3. Comportamiento promedio y cuenta acumulada en relación al tiempo de viaje del ACS-ARH a través del tiempo aplicado a instancias VRPTW de Solomon.

Tiempo (segundos)	Comportamiento Promedio						Cuenta Acumulada
	R1	R2	C1	C2	RC1	RC2	
25	1,267.76	1,017.67	833.00	613.25	1,431.17	1,218.24	60,006.01
50	1,267.42	1,009.78	832.50	610.34	1,429.01	1,208.78	59,794.43
100	1,265.30	1,001.25	831.92	606.29	1,430.52	1,198.56	59,586.74
200	1,261.65	997.11	831.15	604.01	1,430.46	1,191.35	59,395.22
400	1,259.40	989.96	830.76	601.66	1,431.34	1,182.41	59,202.76
800	1,258.77	987.07	830.17	599.94	1,432.88	1,171.55	59,069.77
1600	1,258.76	984.53	829.70	599.33	1,432.97	1,166.74	58,993.40

Tabla 6.4. Media, desviación estándar y coeficiente de variación en relación a la cantidad de vehículos y el tiempo de viaje del ACS-ARH a través del tiempo aplicado a instancias VRPTW de Solomon.

Tiempo (segundos)	Cantidad de Vehículos			Tiempo de Viaje		
	Media	Desviación Estándar	Coficiente de Variación	Media	Desviación Estándar	Coficiente de Variación
25	7.81	0.11	0.70%	1,071.53	18.40	0.85%
50	7.76	0.10	0.64%	1,067.75	17.14	0.80%
100	7.45	0.09	0.60%	1,065.34	16.36	0.76%
200	7.69	0.08	0.52%	1,060.62	15.34	0.72%
400	7.66	0.06	0.39%	1,057.19	13.42	0.63%
800	7.62	0.07	0.45%	1,054.81	14.46	0.68%
1600	7.60	0.05	0.32%	1,053.45	14.71	0.69%

Las Tablas 6.5 y 6.6 muestra una comparación del ACS-ARH contra los diez mejores métodos conocidos hasta el momento para VRPTW, donde se provee una columna para el promedio de vehículos usados o tiempo de viaje según corresponda por cada tipo de instancia, la columna final en cada tabla muestra la cuenta acumulada del conjunto total de instancias.

Los métodos considerados son: una Búsqueda Local Híbrida de [Bent, 2001], un Genético Híbrido y Paralelo de [Berger, 2001], un heurístico determinista de Búsqueda Variable en el Vecindario de [Bräysy, 2001], Una Búsqueda Tabú Unificada de [Cordeau, 2001], un Sistema de Colonia de Hormigas Multiobjetivo de [Gambardella, 1999], un Algoritmo Genético de [Hombberger, 1999], una Búsqueda por Entornos Variables de [Psinger, 2005], una Búsqueda Tabú de [Rochat, 1995], una Heurística Híbrida de [Rousseau, 2000] y una Búsqueda Tabú de [Taillard, 1997]; los resultados de ambas tablas se encuentran ordenados por el valor de su cuenta acumulada.

Tanto la Tabla 6.5 como la Tabla 23 presentan información para todos los autores, incluido este trabajo, como resultado del promedio de las mejores soluciones recavadas a partir de todas las ejecuciones de sus respectivos algoritmos.

Tabla 6.5. Promedio de vehículos en las soluciones obtenidas por el ACS-ARH y los diez mejores métodos conocidos para VRPTW.

Algoritmo	Comportamiento Promedio						Cuenta Acumulada
	R1	R2	C1	C2	RC1	RC2	
[Bent, 2001]	11.92	2.73	10.00	3.00	11.50	3.25	405
[Bräysy, 2001]	11.92	2.73	10.00	3.00	11.50	3.25	405
[Psinger, 2005]	11.92	2.73	10.00	3.00	11.50	3.25	405
[Hombberger, 1999]	11.92	2.73	10.00	3.00	11.63	3.25	406
[Gambardella, 1999]	12.00	2.73	10.00	3.00	11.63	3.25	407
[Cordeau, 2001]	12.08	2.73	10.00	3.00	11.50	3.25	407
[Taillard, 1997]	12.17	2.82	10.00	3.00	11.50	3.38	410
[Berger, 2001]	12.17	2.73	10.00	3.00	11.88	3.25	411
[Rousseau, 2000]	12.08	3.00	10.00	3.00	11.63	3.38	412
[Rochat, 1995]	12.25	2.91	10.00	3.00	11.88	3.38	415
ACS-ARH	12.58	3.00	10.00	3.00	12.13	3.38	422

Tabla 6.6. Promedio de tiempo de viaje en las soluciones obtenidas por el ACS-ARH y los diez mejores métodos conocidos para VRPTW.

Algoritmo	Comportamiento Promedio						Cuenta Acumulada
	R1	R2	C1	C2	RC1	RC2	
[Rochat, 1995]	1208.50	961.72	828.38	589.86	1377.39	1119.59	57,231
[Psinger, 2005]	1212.39	957.72	828.38	589.86	1385.78	1123.49	57,332
[Bent, 2001]	1211.09	954.27	838.38	589.86	1384.16	1124.46	57,364
ACS-ARH	1221.85	954.62	828.66	594.12	1383.40	1128.77	57,471
[Taillard, 1997]	1209.35	980.27	828.38	589.86	1389.22	1117.44	57,523
[Gambardella, 1999]	1217.73	967.75	828.40	589.86	1382.42	1129.19	57,525
[Cordeau, 2001]	1210.14	969.57	828.38	589.86	1389.78	1134.52	57,556
[Bräysy, 2001]	1222.00	975.12	828.40	589.86	1390.00	1128.38	57,710
[Homberger, 1999]	1228.06	969.95	828.38	589.86	1392.57	1144.43	57,876
[Berger, 2001]	1251.40	1056.59	828.50	590.06	1414.86	1258.15	57,925
[Rousseau, 2000]	1210.21	941.08	828.38	589.86	1382.78	1105.22	56,953

Debido a que los experimentos hechos por los investigadores difieren en varios aspectos (por ejemplo: el número de veces en que un caso es resuelto, el tiempo de ejecución, las características del equipo de cómputo y la forma de mostrar sus datos), es posible plantear que sus resultados se basan en una muestra cuyo diseño experimental no refleja el comportamiento real de su algoritmo⁹.

A causa de esto, no es posible comparar con certeza el rendimiento actual del algoritmo ACS-ARH; por otra parte, cabe hacer notar que a pesar de que en cuanto a reducción del número de vehículos el ACS-ARH se encuentra en la posición más baja de la tabla con respecto a los algoritmos competidores, en lo referente a minimización del tiempo de viaje, éste se posiciona en el cuarto lugar de la tabla, aunado a ello, el hecho de que la variabilidad de los resultados (coeficiente de variación) es mínima, es posible aseverar que el comportamiento del ACS-ARH evaluado con instancias VRPTW es eficiente¹⁰.

⁹ McGeoch, C., Moret, B. 1999. *How to Present a Paper on Experimental Work with Algorithms*. Amherst College, Amherst. University of New Mexico, Albuquerque.

¹⁰ Jhonson, D. 2001. *A Theoretician's Guide to the Experimental Analysis of Algorithms*. AT&S Labs – Research. <http://www.research.att.com/~djs/>.

6.2 Experimentación con Casos Reales

Como validación final, el SBH-ARHC fue probado con instancias reales del caso de estudio, objeto de esta investigación. La empresa cuenta con un complejo formado por tipos de tres regiones, donde cada región representa un área de distribución formada por un conjunto de clientes asociado a uno o más almacenes.

Debido a la magnitud de la tarea de implantación del SBH-ARHC en todo el complejo se optó por instalar por separado el sistema en una región representativa de cada tipo y posteriormente, integrar las tres regiones en una sola para compartir recursos entre ellas, el grafo de conexión de estas regiones se muestra en la Figura 6.1.

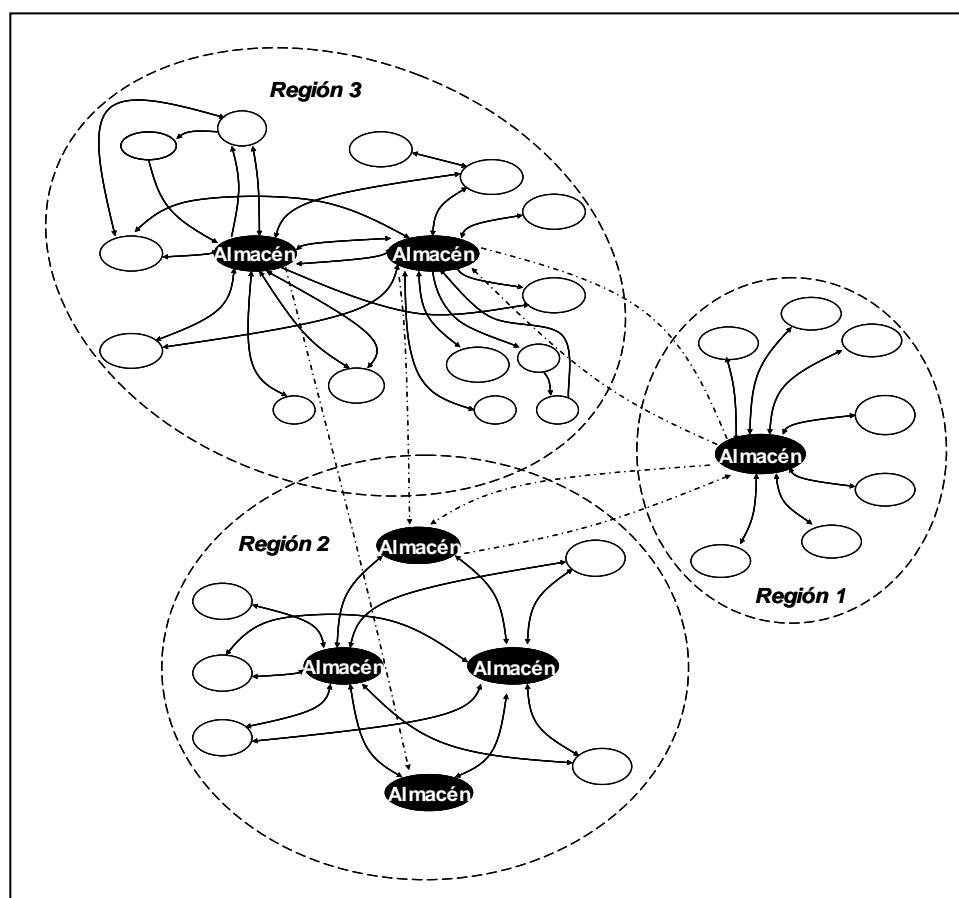


Figura 6.1. Grafo de conexión de regiones representativas de la empresa perteneciente al caso de estudio.

Actualmente el SBH-ARHC únicamente se ha instalado en la región 1. Por esta razón, aún no se cuenta con datos reales confiables de la operación de las otras regiones, así como de los resultados de la transportación que se realiza de manera manual en ellas. Los casos de prueba usados para evaluar el SBH-ARHC desarrollado, corresponden a la Región 1 de la empresa.

La Figura 6.2 muestra el grafo de conexión de la Región 1. Como se aprecia, la Región 1 presenta el grafo de conexión más sencillo ya que contiene siete clientes enlazados en estrella al único almacén disponible. Sin embargo, este nivel de abstracción no disminuye su complejidad, debido a que se involucran todas las restricciones bosquejadas en la sección 1.2, y por ende, las variantes del VRP y del BPP listas en los apartados 5.1.1.1 y 5.1.2.1. Con base en este hecho, se considera a los casos de prueba de la Región 1 como suficientes para determinar la eficiencia del SBH-ARHC en situaciones complejas del mundo real.

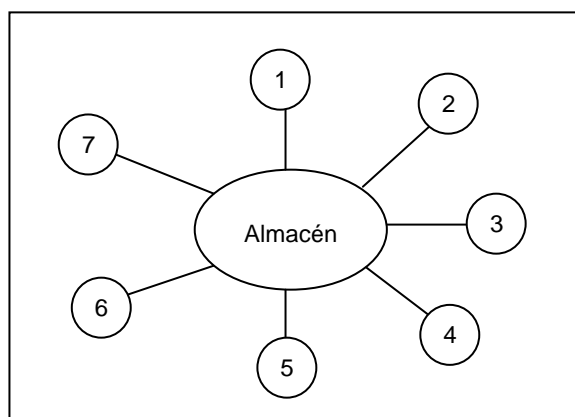


Figura 6.2. Grafo de conexión de la Región 1 de la empresa perteneciente al caso de estudio.

Ambiente Experimental de Casos Reales

- La configuración de entrada al sistema se lee de una base de datos o de un archivo con formato definido, y la de salida se escribe a una base de datos.
- El tiempo de ejecución del algoritmo no debe exceder a 10 minutos en una computadora personal con procesador Pentium 4 y 256 Mb en RAM.
- El lenguaje de programación es Visual C# .NET.
- El software está empotrado en un sistema de almacén y logística como una librería autónoma.

A causa de la gran cantidad de información presente en una instancia real se diseñó un archivo estándar de entrada que permita especificar todos los datos, el detalle del mismo se presenta en el Anexo B. Para una descripción mas extensa de las regiones del caso de estudio y la estructura de la base de datos que brinda la información necesaria para construir la instancia de entrada (archivo estándar), se refiere a [Rangel, 2005].

El SBH-ARHC fue probado con cinco casos reales de la compañía, comparándolo contra la solución manual y el sistema de transporte basado en heurísticos (TSHA) desarrollado en [Rangel, 2005], la Tabla 6.7 muestra el cotejo del rendimiento entre los tres procedimientos.

Tabla 6.7. Comparativa del desempeño del procedimiento manual, TSHA y SBH-ARHC.

Instancias	Indicadores de Eficiencia								
	Vehículos usados			Tiempo de Viaje (minutos)			Tiempo de Ejecución (minutos)		
	Manual	TSHA	SBH-ARHC	Manual	TSHA	SBH-ARHC	Manual	TSHA	SBH-ARHC
Caso 1	7	7	6	-	3390	2740	180	10	10
Caso 2	6	5	5	-	2450	2320	180	10	10
Caso 3	6	6	6	-	2780	2680	180	10	10
Caso 4	5	5	5	-	2720	2720	180	10	10
Caso 5	7	7	6	-	3300	2850	180	10	10

Para los cinco casos mostrados en la Tabla 6.7, los tres métodos satisfacen el 100% de la demanda. A partir de la información se observa una reducción en cuanto al número de vehículos del 9.6% con respecto a la solución manual y 6.6% con respecto a TSHA. En relación al tiempo de viaje, no se cuenta con un registro de la operación manual, por lo que sólo se compara contra TSHA, resultando un 9.1% de minimización en los tiempos de viaje computados. En cuanto al tiempo de ejecución se obtiene un 94.4% de reducción sobre el proceso manual. Por último, es importante destacar que como prueba adicional SBH-ARHC fue ejecutado sólo 2 minutos, ofreciendo la misma calidad en sus soluciones, bajo este esquema ofrece un 80% de ahorro en el tiempo de ejecución sobre TSHA y un 98.8% sobre el proceso manual. Como prueba futura es necesario comprobar si TSHA posee un comportamiento similar a SBH-ARHC al limitar el tiempo de ejecución.

Capítulo 7

CONCLUSIONES

7.1 Conclusiones

La presente investigación evidencia la factibilidad de solucionar el Problema de Asignación de Rutas, Horarios y Cargas (RoSLoP, Routing-Scheduling-Loading Problem) inmerso en el proceso de distribución y entrega de productos en situaciones complejas del mundo real, ello a través de una metodología de solución integral basada en heurísticas con un enfoque de optimización. En forma específica se abordó una particularización del RoSLoP para una compañía cuyo proceso se considera de alta complejidad a causa de la gran cantidad de elementos y restricciones inherentes, así como de la amplia gama de productos que se manipulan.

La metodología de solución se conforma básicamente por dos etapas que a su vez son tratadas cada una por un algoritmo especializado: la Asignación de Rutas y Horarios que emplea un algoritmo de Sistema de Colonia de Hormigas (ACS, Ant Colony System) y la Asignación de

Cargas que utiliza a DiPro, un algoritmo aproximado, ad-hoc y determinista. ACS resuelve simultáneamente las tareas de definición, asignación de recorridos, y programación de horarios de ruta a los vehículos, tratándolas como un Conjunto de Problemas de Enrutamiento de Vehículos (Rich VRP, Vehicle Routing Problem). DiPro por su parte realiza la distribución y balanceo de cargas a vehículos como un intersección entre variantes del Problema de Empacado de Contenedores (BPP, Bin Packing Problem) y la Planificación de uso del Procesador.

Como consecuencia de la metodología propuesta se desarrolló una herramienta automática denominada Sistema Basado en Heurísticas para Asignación de Rutas, Horarios y Cargas (SBH-ARHC). Las pruebas realizadas a dicha sistema demuestran la factibilidad y eficiencia sobre instancias tanto teóricas como reales, éstas últimas pertenecientes a un entorno con un alto nivel de complejidad en sus operaciones, a causa tanto del vasto número de variantes VRP y BPP presentes como de la gran diversidad de productos que se manipulan, cada uno con características propias.

Los resultados demuestran una reducción promedio del 9.6% para la cantidad de vehículos empleados y del 9.1% para el tiempo de viaje ocasionado por las unidades móviles, además el tiempo requerido para ejecutar el proceso de planeación se minimiza de 3 horas (proceso manual) a 2 minutos (SBH-ARHC), promoviendo un 98.8% de ahorro. Con base en esta información es clara la comprobación de la primera hipótesis de la sección 1.6, reducción del tiempo requerido para el proceso de planeación, mientras tanto para la comprobación de la segunda hipótesis se muestra a continuación un pequeño análisis del impacto económico en la compañía del caso de estudio.

La compañía analizada cuenta con 20 regiones, por lo que existen aproximadamente 20 áreas de oportunidad para el uso del SBH-ARHC. De acuerdo con información reportada por la empresa, el costo mensual de mantenimiento de un vehículo es de \$36,000.00 y el de operación es \$15,000.00. Cada zona cuenta con 11 vehículos en promedio, suponiendo la reducción de 1 vehículo mediante el uso del SBH-ARHC, el importe mensual de ahorro sería de \$51,000.00 por región, y en su proyección anual de \$612,000.00 por área de oportunidad.

Calculando el impacto para la compañía a nivel nacional (las 20 regiones), los ahorros se extenderían a \$12,240,000.00 por año. Ello sin contar la posibilidad de reducir la adquisición de unidades repartidoras en un tiempo futuro, donde actualmente cada una tiene un costo cercano a los \$2,500,000.00.

A partir del análisis anterior se comprueba la segunda hipótesis de la sección 1.6 al minimizar los costos de operación de una compañía que haga uso del sistema que se obtiene como producto de la metodología desarrollada.

Las principales contribuciones de esta tesis en el ámbito científico son:

- El diseño de un marco de solución, para situaciones reales de RoSLoP, que integra el análisis de problemas clásicos que se encuentran en la comunidad científica tales como VRP, BPP y la Planificación del Procesador. La metodología que incorpora este marco de solución se describe en el capítulo 5.
- Estudio formal del Problema de Asignación de Rutas y Horarios, y del Problema Asignación de Cargas, definiendo factores de complejidad y sus interrelaciones.
- La identificación de una nueva variante VRP que no ha sido considerada en ningún otro trabajo de investigación: rdVRP. Una descripción detallada de esta nueva variante se puede ver en la sección 5.1.1.1.
- Extensión del modelo matemático de programación lineal entera, iniciado en [Rangel, 2005], que describe las Asignación de Rutas y Horarios. En el capítulo 4 se presenta dicho modelo.
- El diseño de un algoritmo heurístico para la etapa de Asignación de Rutas y Horarios basado en un enfoque de Optimización de Colonias de Hormigas haciendo uso de una búsqueda inicial avara, una búsqueda local (a través de operadores 3-opt y Cross-Exchange) y una lista restringida autoadaptativa (mediante la creación de cúmulos geográficos); el detalle del algoritmo se muestra en la sección 5.3. Logrando un ventaja del 6.6% en cuanto a minimización de vehículos y del 9.1% en reducción del tiempo de viaje con respecto a [Rangel, 2005].
- El diseño un algoritmo heurístico determinista que permite resolver la Asignación de Cargas. La sección 5.4 presenta la descripción de este algoritmo.

7.2 Trabajos Futuros

Para dar continuidad a este trabajo de investigación, a partir de la experiencia obtenida se vislumbran las siguientes áreas de oportunidad:

- Ampliar la descripción de situaciones reales de enrutamiento y carga a través del uso de variantes de la empresa estudiada que no fueron consideradas en esta investigación y de la validación con otras aplicaciones reales de RoSLoP.
- Desarrollar métodos que permitan resolver los casos de prueba presentados en la comunidad científica (a parte del VRPTW), para comparar el desempeño de la metodología desarrollada con lo reportado en otros trabajos de investigación.
- Mejorar el proceso de búsqueda local mediante alguna versión de búsquedas por entorno variable utilizando los mismos operadores ya implementados, con el fin de ofrecer mayor versatilidad y variabilidad de soluciones.
- Modificar el ACS con un enfoque de paralelismo para la construcción de las soluciones por parte de las hormigas, incrementando de esta forma la diversidad ofrecida por el método.
- Optimizar alguno de los módulos de DiPro mediante un algoritmo heurístico no determinista.

Anexo A

ELECCIÓN DEL ALGORITMO PARA ASIGNACIÓN DE RUTAS Y HORARIOS

En este anexo se especifican la experimentación realizada para elegir al algoritmo de Asignación de Rutas y Horarios.

Objetivo

Evaluación de cuatro algoritmos metaheurísticos: Procedimiento de Búsqueda Ávido, Aleatorio y Adaptativo (GRASP – Greedy Randomized Adaptative Search Procedure), Recocido Simulado (SA – Simulated Annealing), un Algoritmo Genético (GA – Genetic Algorithms) y un Sistema de Colonia de Hormigas (ACS – Ant Colony System) aplicados al VRPTW, variante más estudiada en el ámbito científico y una de las que implica mayor complejidad. A partir de los resultados arrojados por este experimento se eligió el metaheurístico dominante para ser evolucionado y tratar todas las variantes VRP involucradas.

Condiciones del experimento

El rendimiento de los cuatro algoritmos desarrollados fue verificado con un conjunto ampliamente usado para validar modelos VRPTW, el benchmark de Solomon, conformado por 56 instancias de 6 tipos diferentes (R1, R2, C1, C2, RC1, RC2) con 100 nodos cada una. Los algoritmos fueron codificados en Visual C# y probados en una computadora con Procesador Xeon 3.06 Ghz de velocidad, 3.87 Gb de RAM, bajo plataforma Windows Server 2003 y ejecutados 30 veces para cada instancia. La Gráfica 1 y Gráfica 2 describen el rendimiento en cuanto a minimización de vehículos y distancia recorrida respectivamente de GRASP, SA, GA y ACS con cada uno de los seis tipos de instancias de Solomon. La Tabla 1 esboza la media, desviación estándar (en cuanto a optimización de vehículos y distancia recorrida) y tiempo de ejecución promedio de cada metaheurística implementada.

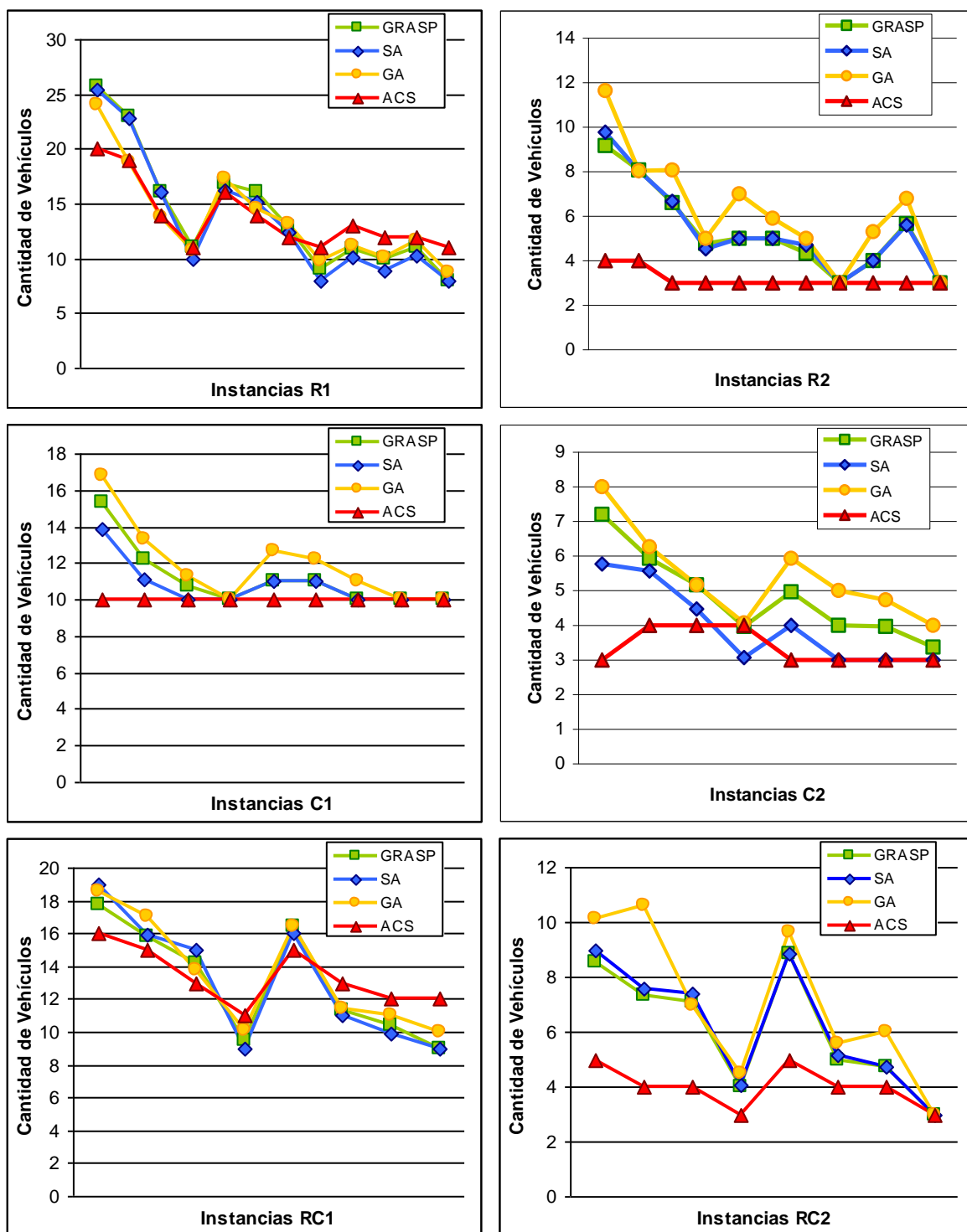
Tabla 1. Media, desviación estándar y tiempo de ejecución promedio de las metaheurísticas implementadas aplicadas a instancias VRPTW de Solomon.

Algoritmo	Vehículos Utilizados		Distancia Recorrida		Tiempo de Ejecución Promedio
	Media	Desviación Estándar	Media	Desviación Estándar	
GRASP	9.30	0.28	1,183.03	45.12	17.67 segundos
SA	9.04	0.24	1,155.50	36.49	30.75 segundos
GA	9.78	0.45	1,337.85	48.42	55.82 segundos
ACS	8.14	0.04	1,532.04	21.04	5.10 segundos

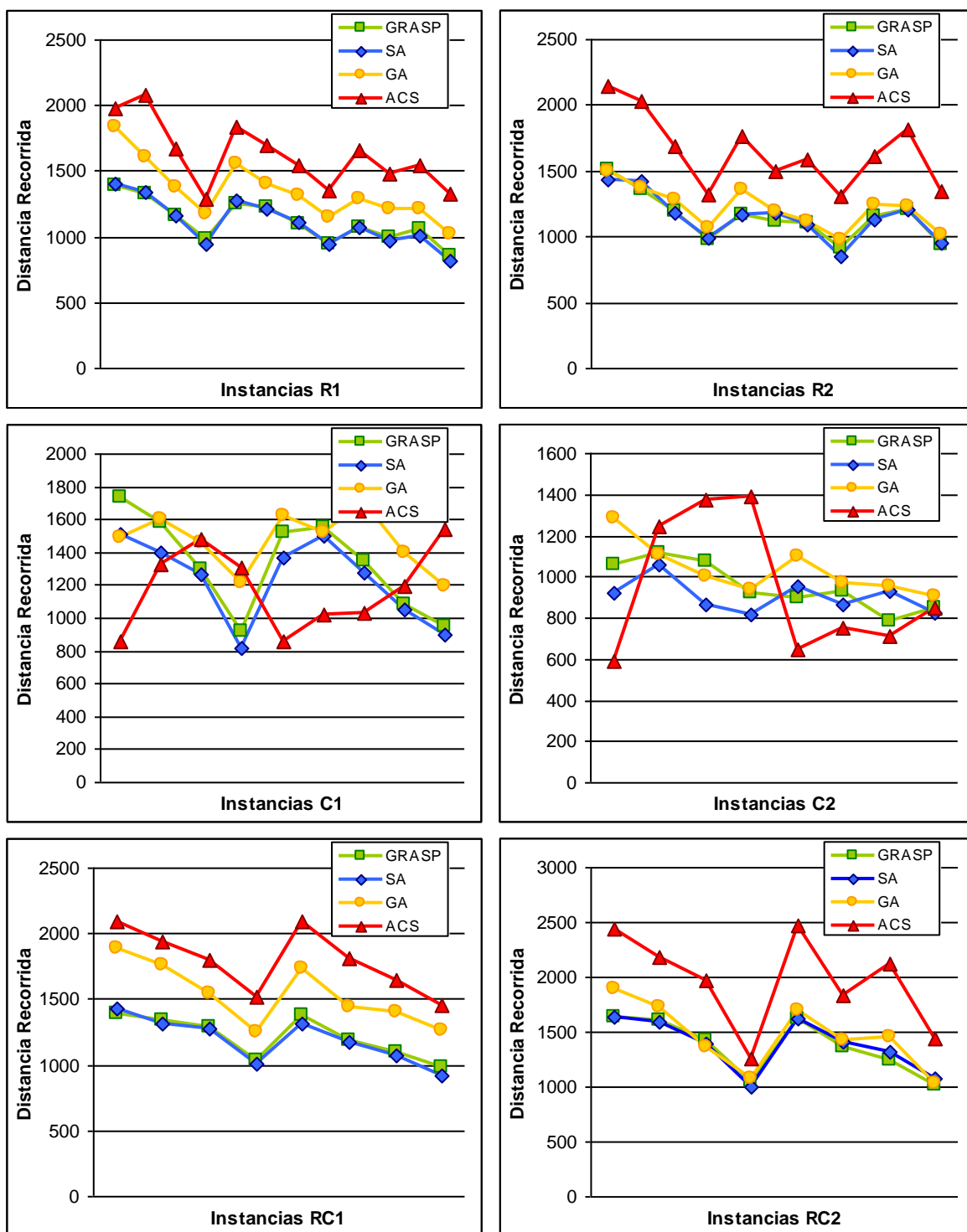
Las Tablas 2 y 3 comparan el número de vehículos y la distancia recorrida de las cuatro metaheurísticas implementadas respectivamente; cada tabla provee columnas tanto para el promedio por cada tipo de instancia, como para la cuenta acumulada del conjunto total de instancias. Los resultados de ambas tablas se encuentran ordenados con base en la cuenta acumulada.

Tabla 2. Comportamiento promedio y cuenta acumulada en relación al número de vehículos obtenido por las metaheurísticas implementadas aplicadas a instancias VRPTW de Solomon.

Algoritmo	Comportamiento Promedio						Cuenta Acumulada
	R1	R2	C1	C2	RC1	RC2	
ACS	13.75	3.18	10.00	3.38	13.38	4.00	456.00
SA	13.60	5.39	10.78	3.98	13.11	6.22	506.07
GRASP	14.19	5.33	11.15	4.82	13.07	6.06	521.80
GA	13.65	6.25	11.91	5.40	13.53	7.07	548.60



Gráfica 1. Rendimiento de las metaheurísticas implementadas en cuanto a minimización de vehículos aplicadas a instancias VRPTW de Solomon.



Gráfica 2. Rendimiento de las metaheurísticas implementadas en cuanto a minimización de la distancia recorrida aplicadas a instancias VRPTW de Solomon.

Tabla 3. Comportamiento promedio y cuenta acumulada en relación a la distancia recorrida obtenida por las metaheurísticas implementadas aplicadas a instancias VRPTW de Solomon.

Algoritmo	Comportamiento Promedio						Cuenta Acumulada
	R1	R2	C1	C2	RC1	RC2	
SA	1,104.16	1,145.37	1,231.88	903.49	1,187.07	1,380.93	64,707.78
GRASP	1,113.71	1,150.23	1,329.71	954.19	1,209.38	1,369.57	66,249.59
GA	1,345.52	1,214.33	1,468.53	1,033.02	1,533.20	1,458.67	74,919.67
ACS	1,619.79	1,648.20	1,177.96	944.56	1,795.29	1,963.24	85,794.01

Conclusiones

Con base en el experimento y sus resultados, es posible concluir que el algoritmo más eficiente en cuanto a minimización de vehículos resultó ser ACS en contraste con GRASP, SA y GA implementados, pues en la mayoría de los casos logró obtener la mejor solución, y en el resto estuvo dentro de los mejores (Gráfica 1 y Tabla 2). A pesar de que dicho metaheurístico no arrojó resultados tan relevantes en la optimización de la distancia recorrida (Gráfica 2 y Tabla 3), se elige para su evolución, pues el objetivo principal de cualquier problema de enrutado de vehículos en el mundo real es minimizar la cantidad de vehículos sobre la distancia recorrida, y en el caso del ACS se obtuvo el mejor desempeño en lo referente a la reducción del número de vehículos, además la variabilidad de dicho algoritmo es minúscula.

Anexo B

ARCHIVOS ESTÁNDAR DE ENTRADA

En este anexo se especifican los archivos estándar de entrada para la etapa de Asignación de Rutas y Horarios, y Asignación de Cargas.

Archivo Estándar para Asignación de Rutas y Horarios

Definición de elementos principales

- **Cliente.** Localidad geográfica que realiza un pedido (demanda cierta cantidad de producto).
- **Centro de Embarque.** Lugar de donde se obtiene el producto necesario para satisfacer los pedidos. También es el lugar de salida y llegada de los vehículos.
- **Punto de visita ó Localidad.** Un cliente o centro de embarque.
- **Vehículo.** Unidad móvil disponible que recorre las rutas con la finalidad de satisfacer los pedidos.
- **Capacidad de Carga.** Volumen total que es capaz de transportar un vehículo, su definición es abstracta (contenedores, cajas, etcétera).

- **Costo de Viaje.** Precio producido por el viaje de un vehículo de un punto de visita hacia otro, su definición es abstracta (distancia, tiempo, capital).

Principales notaciones:

$\{visit_id\}$	Identificador de punto de visita, $\{visit_id\} \in \mathbb{N} \mid \{visit_id\} \geq 1$
$\{quantity_i\}$	i -ésima demanda de producto perteneciente a un punto de visita expresada numéricamente, $\{quantity_i\} \in \mathbb{N}$
$\{vehicle_id\}$	Identificador de vehículo, $\{vehicle_id\} \in \mathbb{N} \mid \{vehicle_id\} \geq 1$
$\{capacity\}$	Capacidad de carga del vehículo, $\{capacity\} \in \mathbb{N} \mid \{capacity\} \geq 1$
$\{class\}$	Clase del vehículo, $\{class\} \in \mathbb{N}$
$\{use_cost\}$	Costo de uso del vehículo, $\{use_cost\} \in \mathbb{R} \mid \{use_cost\} \geq 1.0$
$\{maxw\}$	Peso máximo soportado por el vehículo sin ejes neumáticos, $\{maxw\} \in \mathbb{R}^+$
$\{extraw\}$	Peso extra soportado por eje neumático del vehículo, $\{extraw\} \in \mathbb{R}^+$
$\{from_loc_id\}$	Identificador del punto de visita inicial que define la arista, $\{from_loc_id\} \in \mathbb{N} \mid \{from_loc_id\} \geq 1$
$\{to_loc_id\}$	Identificador del punto de visita final que define la arista, $\{to_loc_id\} \in \mathbb{N} \mid \{to_loc_id\} \geq 1$
$\{travel_time\}$	Tiempo de viaje, $\{travel_time\} \in \mathbb{R}^+$
$\{early_i\}$	Tiempo de inicio de la i -ésima ventana de tiempo, $\{early_i\} \in \mathbb{N}$
$\{late_i\}$	Tiempo de finalización de la i -ésima ventana de tiempo, $\{late_i\} \in \mathbb{N}$
$\{duration\}$	Tiempo de maniobra, $\{duration\} \in \mathbb{N}$
$\{vehi_number\}$	Cantidad de vehículos, $\{vehi_number\} \in \mathbb{N} \mid \{vehi_number\} \geq 1$
$\{percentage\}$	Porcentaje de carga requerido para enviar un vehículo en un viaje, $\{percentage\} \in \mathbb{R} \mid 0 \leq \{percentage\} \leq 100$
$\{coord_x\}$	Coordenada x, $\{coord_x\} \in \mathbb{R}^+$
$\{coord_y\}$	Coordenada y, $\{coord_y\} \in \mathbb{R}^+$

Reglas

- El archivo debe estar en formato ASCII.

- Los identificadores serán numéricos, comenzando en 1.
- Los centros de embarque deberán ocupar siempre los primeros índices.
- Los valores entre corchetes son optativos.

Descripción de Archivo estándar

{tipo de instancia}

Define que tipo de variante de VRP representa el archivo de entrada (CVRP, VRPTW, VRPMTW, MDVRP, SDVRP, sdVRP, VRPM, HVRP, CCVRP, DDVRP, rdVRP o VRP_General).

NAME :

Nombre del problema, una cadena de caracteres y dígitos.

COMMENT :

En esta sección se muestran comentarios acerca del caso que se está describiendo. Es un elemento que debe ser ignorado por el programa. Cada etiqueta COMMENT representa una sola línea de comentario que finalizará al alcanzar el salto de línea.

NUM_CLIENTS :

Es el número de clientes con una demanda a satisfacer, $NUM_CLIENTS \in \mathbb{N}$.

NUM_DEPOTS :

Número de centros de embarque, $NUM_DEPOTS \in \mathbb{N}$.

NUM_VEHICLES :

Es el número máximo de vehículos disponibles, $NUM_VEHICLES \in \mathbb{N}$.

MAX_TIME :

Es la longitud máxima (en minutos) de un tour o ruta simple, es decir el tiempo máximo de duración del periodo de trabajo (p.ej. 1440 minutos, 1 día), $\in \mathbb{R}^+$.

DEPOT_COMPAT_SECTION

$\{visit_id\} [\{visit_id_1\} \{visit_id_2\} \dots] -1$

Indica que la demanda $\{quantity_i\}$ deberá ser satisfecha por el centro de embarque $\{visit_id\}$.

DEMAND_SECTION

$\{visit_id\} [\{quantity_1\} \{quantity_2\} \dots] -1$

Representa las demandas de cada cliente así como las que pueden hacer algunos centros de embarque a otros centros de embarque. Más adelante se especificará a que centro de embarque corresponde cada demanda. Deberán aparecer enunciadas todas las localidades aunque no

tengan demanda; para finalizar la lista de demandas correspondiente al punto de visita se utilizará el valor -1 . Los puntos de paso tienen demanda 0.

VEHICLE_CAPACITY_SECTION

$\{vehicle_id\} \{capacity\}$

Muestra de manera explícita la capacidad carga de los NUM_VEHICLES existentes.

VEHICLE_CLASS_SECTION

$\{vehicle_id\} \{class\}$

Define la clase para cada vehículo.

VEHICLE_COST_SECTION

$\{vehicle_id\} \{use_cost\}$

Define el costo de uso de cada vehículo. Para vehículos de la compañía el valor será 1.0, para vehículos externos será un costo mayor.

EDGE_WEIGHT_SECTION

for $\{vehicle_id\} \{from_loc_id\} \{to_loc_id\} \{travel_time\} \{maxw\} \{extraw\}$
 -1

Representa la matriz de adyacencia asimétrica que indica el costo de viajar de un punto de visita a otro, máximo peso soportado sin ejes neumáticos y peso extra soportado por eje neumático, esta información depende del tipo de vehículo que se esté usando.

TIME_WINDOW_SECTION

$\{visit_id\} \{early_1\} \{late_1\} [\{early_2\} \{late_2\} \dots] -1$

Define las ventanas de tiempo disponibles para cada punto de visita, dichas ventanas deben mostrarse en orden cronológico y no traslaparse.

VEHICLE_TIME_WINDOW_SECTION

$\{visit_id\} \{early_1\} \{late_1\} -1$

Define los turnos disponibles para cada vehículo, los cuales deben mostrarse en orden cronológico y no traslaparse.

DURATION_BY_VEH_SECTION

$\{visit_id\}$
 for $\{vehicle_id\} \{duration\}$

-1

Especifica el tiempo de maniobra para todo vehículo en cada localidad. Los puntos de paso tienen $\{duration\}$ con valor 0. Si $\{vehicle_id\}$ posee valor de -1 o no está en la lista el vehículo no puede ser recibido por el punto de visita.

VEHICLE_DEPOT_SECTION $\{vehicle_id\} \{visit_id\}$

Define el centro de embarque al cual pertenece cada vehículo.

MAXIMUM_ATTENTION_CAPACITY_SECTION $\{visit_id\} \{class\}$

Determina la capacidad de atención que puede manejar un punto de visita. Solo vehículos con un valor de clase mayor a $\{class\}$ podrán ser recibidos por $\{visit_id\}$.

MAXIMUM_VEHICLES_NUMBER_SECTION $\{visit_id\} \{vehi_number\}$

Determina la capacidad de atención simultánea que puede manejar un punto de visita. Solo $\{vehi_number\}$ vehículos podrán ser atendidos al mismo tiempo en $\{visit_id\}$.

ATTENTION_PERCENTAGE $\{percentage\}$

Porcentaje de carga que necesita cumplir un vehículo para poder ser enviado a satisfacer un conjunto de pedidos.

CLIENTS_LOCATIONS $\{visit_id\} \{coord_x\} \{coord_y\}$

Determina la posición geográfica en coordenadas x y y de la localidad.

Archivo Estándar para Asignación de Cargas**Principales notaciones**

$\{product_id\}$	Identificador del producto, $\{product_id\} \in \mathbb{N} \mid \{product_id\} \geq 1$
$\{pbb\}$	Número de cajas de producto $\{product_id\}$ que forman una cama homogénea, $\{pbb\} \in \mathbb{N}$
$\{pbp\}$	Número de camas homogéneas de producto $\{product_id\}$ que forman una tarima homogénea, $\{pbp\} \in \mathbb{N}$
$\{sw\}$	Peso soportado por una caja de producto $\{product_id\}$, $\{sw\} \in \mathbb{R}^+$
$\{h\}$	Altura de una caja de producto $\{product_id\}$, $\{h\} \in \mathbb{R}^+$
$\{w\}$	Peso de una caja de producto $\{product_id\}$, $\{w\} \in \mathbb{R}^+$
$\{cat\}$	Categoría de una caja de producto $\{product_id\}$, $\{cat\} \in \mathbb{N}$

$\{ra\}$	Área de restos de la caja de producto $\{product_id\}$, $\{ra\} \in \mathbb{N}$
$\{amoun\}$	Cantidad de producto demandado expresada en cajas, $\{amoun\} \in \mathbb{N}$
$\{vehicle_i\}$	I -ésimo vehículo, $\{vehicle_i\} \in \mathbb{N} \mid \{vehicle_i\} \geq 1$
$\{num_bodies\}$	Cantidad de carrocerías disponibles, $\{num_bodies\} \in \mathbb{N}$
$\{ejesn\}$	Número de ejes neumáticos que conforman el vehículo, $\{ejesn\} \in \mathbb{N}$
$\{vehiclew\}$	Peso estructural del vehículo, $\{vehiclew\} \in \mathbb{R}$
$\{body_i\}$	I -ésima carrocería del vehículo, $\{body_i\} \in \mathbb{N} \mid \{body_i\} \geq 1$
$\{num_pallets\}$	Cantidad de contenedores disponibles en la carrocería, $\{num_pallets\} \in \mathbb{N}$
$\{h_pallet_i\}$	Altura del i -ésimo contenedor, $\{h_pallet_i\} \in \mathbb{R}^+$

NAME :

Nombre del problema, una cadena de caracteres y dígitos.

COMMENT :

En esta sección se muestran comentarios acerca del caso que se está describiendo. Es un elemento que debe ser ignorado por el programa. Cada etiqueta COMMENT representa una sola línea de comentario que finalizará al alcanzar el salto de línea.

NUM_PRODUCTS :

Es el número de productos que se manejan, $NUM_PRODUCTS \in \mathbb{N}$.

MAX_NUM_PLATFORMS :

Define el número máximo de tarimas por contenedor, $MAX_NUM_PLATFORMS \in \mathbb{N}$.

NUM_HIGH_PLATFORM :

Define la altura máxima de las tarimas heterogéneas, $NUM_HIGH_PLATFORM \in \mathbb{R}^+$.

WEIGHT_BASE :

Define el peso de la base de las tarimas, $WEIGHT_BASE \in \mathbb{R}^+$.

HEIGHT_BASE :

Define la altura de la base de las tarimas, $HEIGHT_BASE \in \mathbb{R}^+$.

PRODUCT_DETAIL_SECTION

$\{product_id\} \{pbb\} \{pbp\} \{sw\} \{h\} \{w\} \{cat\} \{ra\}$

Indica la descripción para cada uno de los diferentes productos, el número de cajas que forman una cama, número de camas que forman una tarima, peso soportado, altura, peso de una caja, categoría y área de restos.

ORDER_SECTION

```

{visit_id1}
  for {visit_id2}
    for {product_id} {amount}

```

-1

Sección en la que se especifica cada una de las diferentes órdenes de los distintos clientes $\{visit_id1\}$ a los centros de embarque $\{visit_id2\}$, detallando para tipo de producto $\{product_id\}$ la cantidad de cajas demandas $\{amount\}$.

VEHICLE_STRUCTURE_SECTION

```

{vehicle_i} {num_bodies} {ejesn} {vehiclew}
  for {body_i} {num_pallets} {h_pallet_1} [{h_pallet_2}...]

```

Especifica la estructura del vehículo, el número de carrocerías, cantidad de ejes neumáticos y peso estructural; además brinda una descripción de cada una de las carrocerías: número de contenedores disponibles y la altura de cada uno de estos.

Referencias

Bibliográficas

- [Archetti, 2001] C. Archetti, R. Mansini and M.G. Speranza, “The Vehicle Routing Problem with capacity 2 and 3, General Distances and Multiple Customer Visits,” *Operational Research in Land and Resources Manangement*, 2001, p. 102.
- [Archetti, 2003] C. Archetti, A. Hertz and M.G. Speranza, “A Tabu Search Algorithm for the Split Delivery Vehicle Routing Problem,” *Les Cahiers du GERARD*, 2003.
- [Barán, 2003] B. Barán and M. Schaerer, “A Multiobjective Ant Colony System for Vehicle Routing Problem with Time Windows,” *Proc. 21th Int’l Assoc. of Science and Technology for Development Int’l Conf. (IASTED), Applied Informatics (AI 03)*, 2003, pp. 97-102.
- [Blasum, 2002] U. Blasum and W. Hochstätter, *Application of the Branch and Cut Method to the Vehicle Routing Problem*, tech. report, Ulrich Blasum, Winfried Hochstättler, 2002.
- [Bräysy, 2001] O. Bräysy, *A Reactive Variable Neighborhood Search Algorithm for the Vehicle Routing Problem with Time Windows*, tech, report, SINTEF Applied Mathematics, Department of Optimization, 2001.

-
- [Bock, 1958] F. Bock, "An algorithm for solving traveling salesman and related network optimization problems," *Fourteenth National Meeting of the Operational Research Society of America*, St. Louis, MO, USA, 1958.
- [Bullnheimer, 1997] B. Bullnheimer et al, "Applying the Ant System to the Vehicle Routing Problem," *Proc. 2nd International Conference on Metaheuristics*, 1997.
- [Cano, 2005] I. Cano, I. Litvinchev, R. Palacios and G. Naranjo, "Modeling Vehicle Routing in a Star-Case Transportation Network," *Proc. XVI Congreso Internacional de Computación (CIC)*, 2005 pp. 373-377.
- [Chan, 2005] W. Chan, F.Y.L. Chin, D. Ye, G. Zhang and Y. Zhang, *Online Bin Parking of Fragile Objects with Application in Cellular Networks*, tech. report, Hong Kong RGC Grant HKU5172/03E, 2005.
- [Coffman, 2002] J.E.G. Coffman, C. Courboubetis, M.R. Garey, D.S. Johnson, P.W. Shor and R.R. Weber, "Perfect Packing: Theorems and the Average Case Behavior of Optimal and Online Bin Packing," *Soc. for Industrial and Applied Mathematics (SIAM Review)*, vol. 44, 2002, pp. 95-108.
- [Croes, 1958] G.A. Croes, "A method for solving traveling salesman problems," *Proc. Operations Research*, vol. 5, 1958, pp. 791-812.
- [Dondo, 2003] R. Dondo, C.A. Méndez and J. Cerdá, "An Optimal Approach to the Multiple-Depot Heterogeneous Vehicle Routing Problem with Time Window and Capacity Constraints," *Latin American Applied Research*, vol. 33, 2003, pp. 129-134.
- [Dorigo, 1997] M. Dorigo, L.M. Gambardella, "Ant Colony System: A Cooperative Learning Approach to the Traveling Salesman Problem," *Proc. IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, vol. 1, no. 1, Belgica, 1997.
- [Dorronsoro, 2005] B. Dorronsoro, "The VRP Web," Mar. 2005; <http://neo.lcc.uma.es/radi-aeb/WebVRP/index.html?links.html>.
- [Dror, 1994] M. Dror, G. Laporte and P. Trudeau, "Vehicle Routing with Split Deliveries," *Discrete Appl. Math.*, vol. 50, 1994, pp.239-254.
- [Epstein, 2005] L. Epstein, "Online Bin Parking with Cardinality Constraints," *Proc. 13th European Symposium on Algorithms*, 2005.
- [Feillet, 2003] D. Feillet, "Vehicle Routing with Time Windows and Split Deliveries," *Proc. Odysseus*, 2003.
- [Fisher, 1994] M.L. Fisher, "Optimal Solution of Vehicle Routing Problems Using Minimum K-trees," *Operations Research*, vol. 42, 1994, pp. 626-642.

-
- [Fleischmann, 1990] B. Fleischmann, *The Vehicle Routing Problem with Multiple Use of Vehicles*. tech. report, Fachbereigh Wirtschaftswissenschaften, Univ. Hamburg, 1990.
- [Gambardella, 1999] L. Gambardella, E. Taillar and G. Agazzi, *MACS-VRPTW: A Multiple Ant Colony System for Vehicle Routing Problems with Time Windows*, tech. report IDSIA-06-99, IDSIA, 1999.
- [Garey, 1997] M.R. Garey and D.S. Johnson, *Computers and Intractability. A Guide to the Theory of NP-Completeness*, W.H. Freeman and Company, 1997.
- [Gendreau, 1998] M. Gendreau, G. Laporte, C. Musaraganyi and E. Taillard, "A Tabu Search Heuristic for the Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem," *PERGAMON, Computer & Operations Research*, vol. 26, 1999, pp. 1153-1173
- [Hajri-Gabouj, 2003] S. Hajri-Gabouj and S. Darmoul, "A Hybrid Evolutionary Approach for a Vehicle Routing Problem with Double Time Windows for the Depot and Multiple Use of Vehicles," *Studies in Informatics and Control*, vol. 12, no. 4, Dec. 2003, pp. 253-268.
- [Hall, 2004] R. Hall, "On the Road to Recovery," *Proc. Operations Research/Management Science Today (ORMS Today)*, a publication of INFORMS, June 2004.
- [Hjorring, 1995] C. Hjorring, "The Vehicle Routing Problem and Local Search Metaheuristics," doctoral dissertation, Dept. of Engineering Science, Univ. of Auckland, 1995.
- [Jin, 2004] T. Jin, S. Guo, F. Wang and A. Lim, "One-Stage Search for Multi-Depot Vehicle Routing Problem," *Proc. Intelligent Systems and Control*, ACTA Press, 2004, pp. 446-129.
- [Jong, 1996] C. Jong, G. Kant and A.V. Vliet, *On Finding Minimal Route Duration in the Vehicle Routing Problem with Multiple Time Windows*, tech. report, Dept. of Computer Science, Utrecht Univ., 1996.
- [Johnson, 1995] D.S. Johnson, L.A. McGeoch, "The Traveling Salesman Problem: A Case Study in Local Optimization," *In Local Search and Combinatorial Optimization*, E.H.L. Aarts and J.K. Lenstra (eds.) Wiley and Sons: New York, USA, 1995.
- [Kang, 2003] J. Kang and S. Park, "Algorithms for Variable Sized Bin Packing Problem," *Proc. Operational Research*, vol. 147, pp. 365-372, 2003.
- [Marinakis, 2002] Y. Marinakis and A. Migdalas, *Combinatorial and Global Optimization*, 1st ed., World Scientific Publishing Company, Ch. Heuristic Solutions of Vehicle Routing Problems in Supply Chain Management, 2002.
- [Martello, 1990] S. Martello and P. Toth, *Knapsack Problems-Algorithms and Computer Implementations*, Wiley, Chichester, 1990.

-
- [Mingozzi, 2003] A. Mingozzi and A. Vallet, “An Exact Algorithm for Period and Multi-Depot Vehicle Routing Problems”, 16th Symposium on Mathematical Programming (ISMP 03), 2003.
- [Ombuki, 2004] B. Ombuki and F. Hanshar, *An Effective Genetic Algorithm for the Multi-Depot Vehicle Routing Problem*, tech. report CS-04-10, Dept. of Computer Science, Brock Univ., 2004.
- [Pisinger, 2005] D. Pisinger and S. Ropke, *A General Heuristic for Vehicle Routing Problems*, tech. report, Dept. of Computer Science, Univ. Copenhagen, 2005.
- [Potvin, 1995] J.Y. Potvin, and J.M. Rousseau, “An Exchange Heuristic for Routing Problems with Time Windows,” *Proc. Journal of the Operational Research Society*, vol. 46, 1995, pp. 1433–1446.
- [Prosser, 1996] P. Prosser and P. Shaw, *Study of Greedy Search with Multiple Improvement Heuristics for Vehicle Routing Problems*, tech. report, University of Strathclyde, Glasgow, Scotland, 1996.
- [Ralphs, 2003] T. Ralphs, L. Kopman, W. Pulleyblank and L. Trotter, “On the Capacitated Vehicle Routing Problem,” *Math. Program.*, vol. 94, pp. 343-359, 2003.
- [Rangel, 2005] N. Rangel, “Análisis de los Problemas de Asignación de Rutas, Horarios y Cargas en una Distribuidora de Productos,” master’s thesis, Posgrado en Ciencias de la Computación, Instituto Tecnológico de Ciudad Madero, 2005.
- [Ropke, 2004] S. Ropke and D. Pisinger, *A Unified Heuristic for a Large Class of Vehicle Routing Problems with Backhauls*, tech. report, Dept. of Computer Science, Univ. Copenhagen, 2004.
- [Reimann, 2003] M. Reimann, K. Doerner and R. Hartl, “Analyzing a Unified Ant System for the VRP and some of Its Variants,” *EvoWorkshops 03*, S. Cagnoni et al. (eds.), Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2003, pp. 300-310.
- [Shaw, 1998] P. Shaw, “Using Constraint Programming and Local Search Methods to Solve Vehicle Routing Problems,” *Proc. Vehicle Routing 40 Conf. on Principles and Practice of Constraint Programming (CP 98)*, M. Maher and JF. Puget (eds.), Springer-Verlag, 1998, pp. 417-431.
- [Solomon, 1987] M. Solomon, M. “Algorithms for the Vehicle Routing and Scheduling Problem with Time Window Constraints,” *Operations Research*, unpublished, 1987.
- [Taillard, 1996] E. Taillard, G. Laport and M. Gendreau, “Vehicle Routing Problem with Multiple Use of Vehicles,” *Journal of the Operations Research Society*, vol. 47, 1996, pp. 1065-1070.

- [Taillard, 1997] E. Taillard, P. Badeau, M. Gendreu, F. Guertin and J.Y. Potvin, “A Tabu Search Heuristic for the Vehicle Routing Problem with Soft Time Windows,” *Transportation Science* vol. 31, 1997, pp.170-186.
- [Taillard, 1999] E. Taillard, “A Heuristic Column Generation Method for the Heterogeneous Fleet VRP,” *Operations Research*, vol. 33, no. 1, 1999, pp. 1-14.
- [Tanenbaum, 1996] A.S. Tanenbaum, *Sistemas Operativos Distribuidos*, primera edición, Prentice-Hall, 1996.
- [Thangiah, 2003] S. Thangiah, “A Site Dependent Vehicle Routing Problem with Complex Road Constraints,” presented at Colloquium at the Institute of Mathematics, University of Malaya, 2003.
- [Toth, 2001] P. Toth and D. Vigo, “The Vehicle Routing Problem,” *Proc. SIAM Monographs on Discrete Mathematics and Applications*, 2002.
- [Verweij, 1996] B. Verweij, *Multiple Destination Bin Packing*, tech. report, Algorithms and Complexity in Information Technology, 1996.