

# Capítulo 2

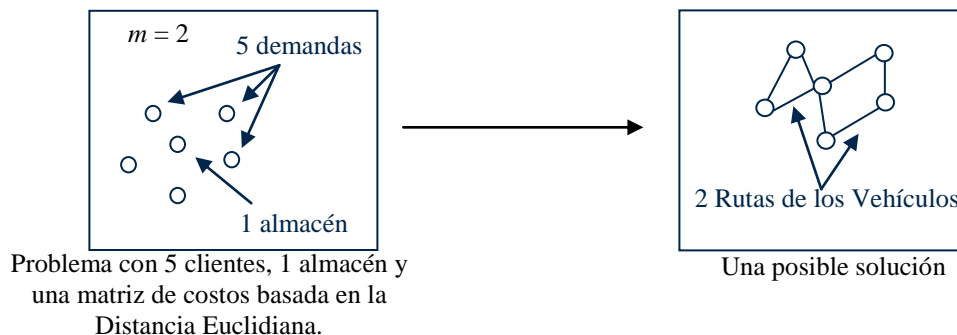
## Marco Teórico

---

El capítulo inicia con la definición general del VRP y un breve resumen de las variantes involucradas en este trabajo de investigación. Posteriormente se detallan cada una de las tareas que forman parte del problema de transporte y se presenta un análisis de su complejidad algorítmica, basado en los problemas que lo describen.

### 2.1 El Problema de la Asignación de Rutas a Vehículos (VRP)

En forma general, el problema clásico del VRP se puede definir formalmente a través de un grafo  $G(V, E)$  con un vértice especial  $v_0$  que representa el almacén, un conjunto de vértices  $V - v_0$  que simbolizan los clientes y una serie de aristas  $E$  con costos o tiempos asociados  $c_{ij}$  a ellas. El objetivo del problema es encontrar un conjunto  $m$  de rutas de vehículos que inicien y terminen en el almacén, que sean de costo mínimo, y que estén diseñadas de tal forma que los vértices restantes del grafo sean visitados exactamente una vez por los vehículos. El valor de  $m$  puede ser parte de los datos o de las variables de decisión. En la Figura 2.1 se muestra un ejemplo del problema VRP clásico así como una posible solución.



**Figura 2.1.** Problema VRP Clásico.

## **2.2 Variantes del VRP**

El problema VRP ha sido objeto de numerosos estudios desde su primer formulación [Danzig, 1959]. Hoy en día, hay un gran número de extensiones del VRP, las cuales fueron creadas al añadir nuevas restricciones al VRP estándar o bien al combinar variantes ya existentes para crear una nueva más compleja. En las siguientes sub-secciones se describen algunas de las variantes más importantes de VRP que tienen como objetivo principal el minimizar los costos totales de sus operaciones.

### **2.2.1 VRP Capacitado**

También conocido como CVRP (Capacitated Vehicle Routing Problem), es la variante VRP más común que existe y se encuentra incluida en casi todas las extensiones más complejas. De acuerdo a [Blasum, 2002; Ralphs, 2004; Shawn, 1998], la característica más importante del CVRP es que posee un número de vehículos con una capacidad limitada  $Q$  la cual no debe exceder en cada ruta que le es asignada.

### **2.2.2 VRP Abierto**

De acuerdo a la definición mostrada en [Pisinger, 2005], el VRP Abierto u OVRP (Opened Vehicle Routing Problem) amplía las propiedades del CVRP al añadir una nueva propiedad a los vehículos que consiste en dejar abierta la posibilidad de que los vehículos puedan regresar o no al almacén después de visitar los clientes de la ruta a la que fue asignado.

### **2.2.3 VRP con más de un Almacén**

En [Mingozi, 2003; Jin, 2004] aparece la definición del VRP con más de un Almacén o MDVRP (Multi-Depot Vehicle Routing Problem). La nueva idea introducida es que en esta variante existe un conjunto de depósitos, a través de los cuales se va a satisfacer la demanda de los clientes. Si los clientes están agrupados en los depósitos (es decir que cada depósito tenga un conjunto específico de clientes asociado, por su cercanía a ellos) se considerará cada grupo como un problema VRP independiente y se resolverá como tal. Por otro lado, si

los clientes y depósito están mezclados entonces se tendrá un caso de la variante MDVRP en donde para minimizar los costos es necesario seleccionar el mejor almacén para abastecer una demanda dada.

#### **2.2.4 VRP con Múltiple uso de Vehículos**

En [Fleischmann, 1990; Taillard, 1995; Dorronsoro, 2005], se describe la variante de VRP con Múltiple uso de Vehículos o VRPM (Vehicle Routing Problem with Múltiple use of Vehicles). A diferencia del VRP estándar donde los vehículos son usados una sola vez, en esta extensión las unidades de transporte pueden ser asignadas a tantas rutas como su tiempo de servicio les permita. El VRPM no solamente busca minimizar los costos totales, sino que también busca reducir el número de vehículos que son necesarios para cubrir las demandas.

#### **2.2.5 VRP con Flotilla Heterogénea**

De acuerdo a [Taillard, 1996; Gendreau, 1998], en el VRP con Flotilla Heterogénea o HVRP (Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem) los clientes son atendidos por un conjunto de vehículos con propiedades diferentes. Las unidades varían en capacidad y costos. Cuando los costos que involucran la flotilla son iguales para cualquier vehículo se denominan costos fijos, mientras que aquellos que difieren por cada unidad de transporte se denominan costos variables.

#### **2.2.6 VRP Periódico**

La definición del VRP Periódico o PVRP (Periodic Vehicle Routing Problem) se muestra en [Mingozzi, 2003; Dorronsoro, 2005]. La característica principal del PVRP es que el diseño de las rutas se debe desarrollar tomando en cuenta un periodo de planeación de  $p$  días, donde  $p$  es mayor a uno. Durante ese periodo los clientes podrían requerir de  $k$  visitas que podrían necesitar respetar una configuración dada.

En esta variante se generaliza al VRP clásico extendiendo el periodo de planeación de las actividades de transporte de los vehículos a varios días y no solamente a uno como se hace comúnmente en el VRP tradicional.

### **2.2.7 VRP con Entrega y Devolución de Bienes**

En [Gribkovskala, 2005; Dorronsoro, 2005] se describe el VRP con Entrega y Devolución de Bienes o VRPPD (Vehicle Routing Problem with Pick-up and Delivery). Esta variante contempla la posibilidad de que los clientes regresen algunos bienes. En otras palabras, en VRPPD tanto el abastecimiento de clientes como la devolución de producto (p.e. envases vacíos) a los almacenes son tareas que hay que tomar en la planeación de las rutas de los vehículos. Dentro de esta ampliación del VRP estándar también se persigue como objetivo la minimización de los vehículos usados para cubrir las demandas.

### **2.2.8 VRP con Ventanas de Tiempo**

De acuerdo a [Jong, 1996; Shawn, 1998; Gambardella, 1999; Dorronsoro, 2005], el VRP con Ventanas de Tiempo o VRPTW (Vehicle Routing Problem with Time Windows) es una extensión del VRP que envuelve una complejidad adicional al agregar la restricción de que los clientes deben ser servidos dentro una ventana de tiempo. Las ventanas de tiempo tienen horas de inicio y fin que forman la nueva condición que obliga a que la hora de llegada de los vehículos se encuentre dentro de ese periodo de tiempo.

Junto a esta variante surge una nueva denominada VRP con Múltiples Ventanas de Tiempo o VRPMTW (Vehicle Routing Problem with Multiple Time Windows) que ha sido estudiada en [Jong, 1996]. VRPMTW puede ser considerada como una generalización del VRPTW por que amplía su definición al uso de diferentes ventanas de tiempo por cliente. En situaciones reales estas ventanas de tiempo variadas se pueden interpretar como los diferentes turnos de trabajo de los empleados.

En estas variantes también se puede considerar como un objetivo a alcanzar el minimizar el número de vehículos usados.

### **2.2.9 VRP con Partición y Entrega**

En [Archetti, 2001; Dorronsoro, 2005] se define VRP con Partición y Entrega o SDVRP (Split and Delivery Vehicle Routing Problem) como una relajación del VRP donde es permitido que un cliente pueda ser servido por diferentes vehículos, si esto reduce el costo general. Esta relajación es muy importante si el tamaño de las órdenes del cliente es mayor o igual a la capacidad del vehículo.

En [Dror, 1994] se concluyó que es más difícil obtener una solución óptima en SDVRP que en el VRP clásico.

### **2.2.10 VRP con Dependencia de Sitio**

La descripción del VRP con Dependencia de Sitio o sdVRP es proporcionada en [Thangiah, 2003]. sdVRP es una extensión en donde algunos clientes deben ser abastecidos por vehículos o almacenes previamente especificados. Esta dependencia en algunos casos se debe a que las condiciones geográficas de los clientes no permiten que toda la flotilla disponible de un almacén pueda ser empleada para cubrir sus pedidos o bien, que debido a la ubicación del depósito no sea redituable su utilización bajo ninguna circunstancia.

### **2.2.11 VRP Dinámico**

El VRP Dinámico o DVRP (Dynamic Vehicle Routing Problem) es descrito en [Bianchi, 2000]. En esta variante la localización de los clientes o su demanda toman valores iniciales que pueden cambiar en el transcurso de una solución del problema. Esto significa que no se pueden encontrar soluciones a priori, por lo que sólo se determinan estrategias para especificar que acciones deben ser realizadas con base en el estado del sistema.

### **2.2.12 VRP Estocástico**

En el VRP Estocástico o SVRP (Stochastic Vehicle Routing Problem), de acuerdo a [Dorronsoro, 2005], uno o varios componentes del problema son aleatorios, como clientes

estocásticos (los cuales tiene una probabilidad asociada de presencia/ausencia), demanda estocástica y tiempos de servicio y viaje estocásticos. Este enfoque se resuelve a través de un proceso de dos fases; en la etapa inicial se obtiene una solución antes de conocer las variables aleatorias, y en la sucesora se lleva a acabo un proceso de corrección, una vez que los valores de dichas variables son revelados.

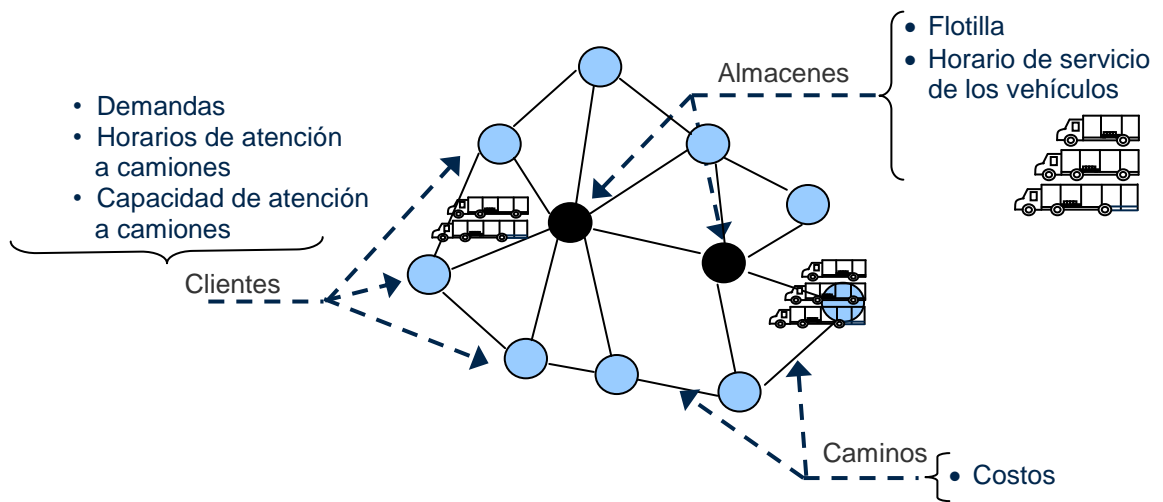
Es importante mencionar que la mayoría de las variantes anteriormente descritas mantiene implícita en su definición, el uso de la extensión CVRP. Generalmente, el CVRP es considerado como el VRP clásico y se asume en cada trabajo de investigación, por lo común que es encontrarlo en situaciones reales.

En la literatura revisada existen pocos enfoques que involucren mas de 5 variantes [Pisinger, 2005; Reimann, 2003] y mucho menos que estén dirigidos a la solución de problemas reales. A continuación se mostrará la descripción de un problema complejo en donde uno de sus sub-problemas se define a través de la combinación de algunas de las variantes VRP previamente descritas.

### **2.3 El Problema de Transporte**

El transporte de productos es una problemática del mundo real en donde entran en consideración numerosos factores como: ubicación geográfica de los almacenes y clientes, capacidad de la flotilla de vehículos y horarios de servicio de los clientes. El objetivo principal consiste en cubrir una serie de demandas respetando las limitantes de operación. Por ejemplo, un almacén puede tener un conjunto de camiones con horarios de servicio limitados, fuera de los cuales no se les puede programar ningún viaje, o bien los clientes podrían necesitar ser atendidos por un conjunto especial de vehículos o en horarios especiales.

En la Figura 2.2 se muestra en forma gráfica los componentes principales del problema de transporte (clientes, almacenes y caminos) y algunas condiciones asociadas a cada uno de ellos.

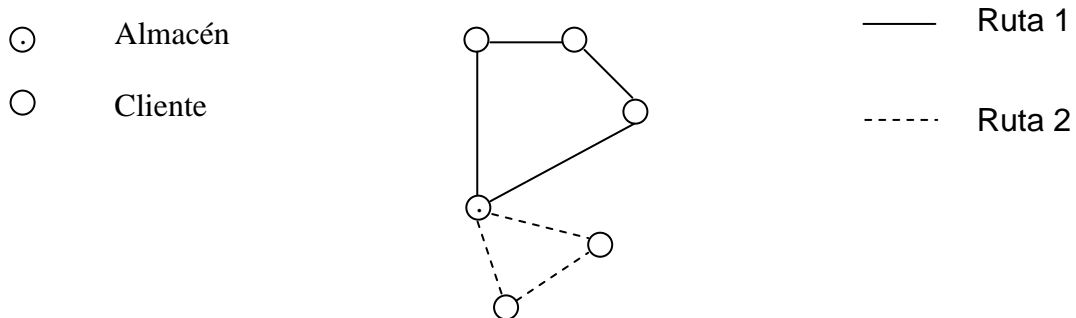


**Figura 2.2.** El Problema de Transporte.

En la transportación de productos, además de buscar satisfacer las demandas de clientes, se requiere resolver otras tareas, entre ellas:

- a) definir rutas y asignarlas a camiones;
- b) asignar horarios a camiones; y
- c) determinar las cargas de camiones.

La definición de rutas es la actividad en la cual se diseñan recorridos para visitar los clientes. La finalidad de esta tarea es crear recorridos que inicien y terminen en el almacén y además visiten todos los clientes, como se muestra en la Figura 2.3.



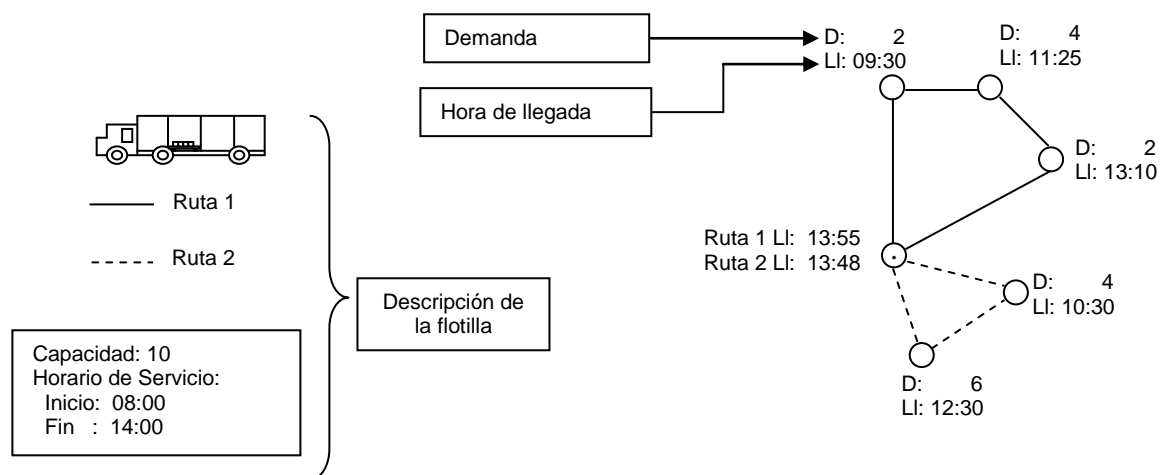
**Figura 2.3.** Ejemplo de Rutas.

En la asignación de las rutas se definen qué vehículos son asignados a cada uno de los recorridos previamente identificados. Esta tarea ocurre de forma natural cuando se

establecen las rutas. Generalmente, para construir las rutas se toman en cuenta las limitantes del almacén, clientes y vehículos; debido a esto, tanto la definición de rutas como su asignación se llevan a cabo simultáneamente.

La programación de los horarios se efectúa una vez que ya han sido asignadas las rutas. Basado en el horizonte de planeación, que es el periodo de tiempo durante el cuál deberán ser satisfechas todas las demandas, se definen las horas de entrada y salida de cada localidad (esto incluye tanto al almacén como a los clientes). Los horarios se elaboran tomando en cuenta limitantes como el horario de atención de los clientes o el horario de servicio de los vehículos.

En la Figura 2.4 se muestra una asignación de rutas que toma en cuenta dos de las posibles limitantes que se pueden hallar en un caso del problema de transporte: capacidad de vehículos y horario de servicio. También se puede apreciar una programación de horarios factible.



**Figura 2.4.** Ejemplo de Asignación de Rutas.

Para algunos distribuidores, en especial las distribuidoras de productos embotellados, además de diseñar y programar horarios de rutas existe otra labor muy importante que deben considerar, la distribución de la carga. Esto se debe a que los productos son de una gran diversidad, con propiedades físicas y lógicas diferentes entre sí.



La distribución de la carga es la tarea que se encarga de precisar la ubicación exacta del producto dentro de un vehículo. Esta actividad también se encuentra restringida por un gran número de factores, los cuales varían de acuerdo a la situación en que se aplique. Algunas limitantes pueden ser: agrupaciones especiales de los productos de acuerdo a categorías, tamaños o pesos; dimensiones de los contenedores donde se van a ubicar los productos; y capacidad del vehículo que transporta el producto. En la literatura especializada, a una versión simplificada de este problema se le conoce como BPP y fue definido previamente en la sección 1.2.2.

En general, las tres actividades principales que constituyen el problema de transporte son la definición y asignación de rutas, la asignación de cargas y la asignación de horarios.

## **2.4 El Problema del Transporte en una Embotelladora de Productos**

Como ya se ha mencionado, la asignación de la carga, junto con el diseño y asignación de rutas y la asignación de horarios, son tareas de la Gestión del Transporte. Éste problema se delineó en forma general en párrafos anteriores, pero en esta sección se describirá como parte de un caso real particular: el de una empresa del sector refresquero. Para facilitar el entendimiento de la situación que se aborda, de ahora en adelante la problemática general abordada se denominará RoSLoP (Routing, Scheduling and Loading Problem, nomenclatura en inglés de los subproblemas asociados a la gestión de transporte).

### **2.4.1 Definición y Asignación de Rutas en una Embotelladora de Productos**

Al problema de definición y asignación de rutas en una embotelladora de productos le llamaremos en esta tesis BPVRP. Este nombre nace de las siglas en inglés del problema que representa (Bottled Product Vehicle Routing Problem) y puede ser considerado como un Rich VRP . Este es un nombre genérico dado a aquellos problemas que involucran un subconjunto de variantes VRP en su definición, como en nuestro caso, con el fin de tener un modelo genérico que corresponda a casos más apegados a la realidad.

La definición del BPVRP incluye 10 extensiones de VRP muy conocidas y 2 nuevas restricciones. El objetivo de esta tarea es asignar rutas a vehículos con el mínimo costo. Las restricciones que deben ser satisfechas en cada ruta se basan en las variantes VRP que definen al problema.

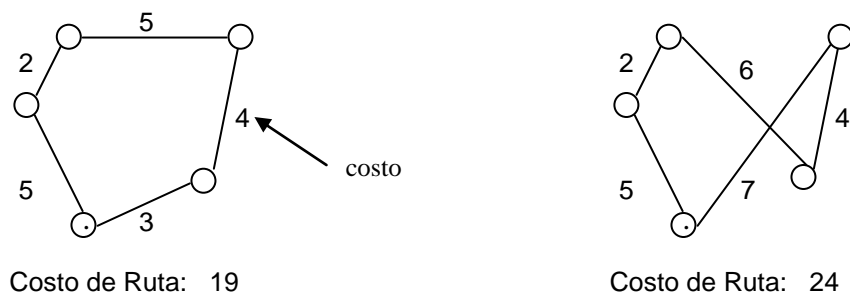
**Tabla 2.1.** Propiedades de BPVRP

<b>Propiedad</b>	<b>Variante VRP Asociada</b>
Vehículos con capacidad limitada.	CVRP
Los vehículos no necesitan regresar al almacén al final de su hora de servicio.	OVRP
Varios almacenes para abastecer los clientes.	MDVRP
Los vehículos pueden ser usados mientras su tiempo de servicio se los permita.	VRPM
Vehículos con diferentes capacidades y costos.	HVRP
El periodo de planeación se puede extender a varios días.	PVRP
Los clientes pueden regresar algunos bienes al almacén.	VRPPD
Los clientes tienen ventanas de tiempo asociadas a ellos durante las cuales deben ser atendidos los camiones.	VRPTW VRPMTW
Algunos clientes depende de conjuntos de vehículos o almacenes específicos para ser atendidos, elementos fuera de ese conjunto no pueden ser usado.	sdVRP
La demanda de los clientes puede exceder la capacidad de los vehículos.	SDVRP
Los almacenes pueden tener demanda.	(ninguna)
Los clientes tienen una capacidad limitada para recibir vehículos.	(ninguna)

La Tabla 2.1 integra todas las restricciones identificadas en los casos BPVRP. La primer columna describe las propiedades de los casos del mundo real, la segunda muestra la variante VRP vinculada a esa propiedad. Las primeras 10 filas corresponden a las extensiones: CVRP, OVRP, MDVRP, VRPM, HVRP, PVRP, VRPPD, VRPTW, sdVRP, SDVRP. Las últimas dos filas representan las nuevas restricciones para las cuales no se identificaron referencias que las involucraran, en la literatura revisada. Estas restricciones son: capacidad limitada en los clientes para atender simultáneamente a los vehículos que los abastecen (CCVRP, Customer Capacity VRP); y la posibilidad de que algunos depósitos puedan ser clientes de otros almacenes (DDVRP, Depot Demand VRP).

En los siguientes párrafos se presentan las restricciones que participan en BPVRP como parte del problema real de transportación se dan a continuación:

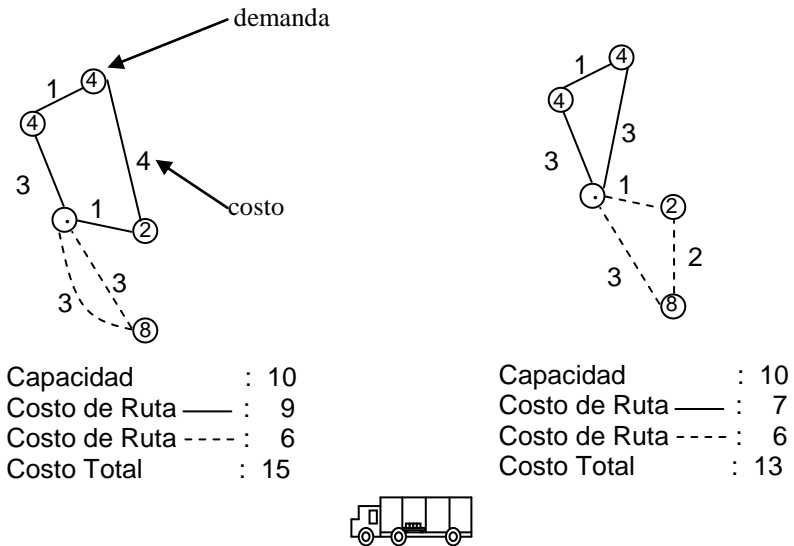
**La ubicación del almacén y los clientes, y el tiempo de viaje.** Este elemento se refiere a las conexiones geográficas que existen entre cada una de las localidades. Cada localidad puede enlazarse con las demás de diferentes maneras, estos enlaces son expresados a través de conexiones. Una secuencia de enlaces entre localidades iniciando y terminando en el almacén forman una ruta. La ruta es evaluada con un costo, que proviene de la suma de los costos que cada conexión tiene. El costo de la ruta puede afectar positiva o negativamente al costo total de la solución final, es por eso que se debe poner especial atención en este punto. En la Figura 2.5 se muestra un ejemplo de cómo afecta la ubicación de las localidades en la solución final.



**Figura 2.5.** Importancia de la selección de conexiones en la minimización del costo de enrutamiento.

**La Demanda de los Clientes.** Se refiere a la cantidad de bien o producto solicitada por un cliente y que debe ser satisfecha por el almacén. En ocasiones las demandas pueden superar la capacidad de los vehículos disponibles por lo cual será necesario programar más de un viaje para satisfacerla.

**Capacidad de los Vehículos.** La capacidad de un vehículo se refiere a qué tanto puede ser llenado el vehículo. Por lo general, ésta es regulada por el peso total o la altura del producto que transporta. Por otro lado, pueden existir otras limitantes como normas de transporte emitidas por instituciones gubernamentales, o por la misma compañía, que restrinjan la carga de un camión dependiendo del lugar por donde transita. Además, una flotilla con vehículos de capacidades diferentes también implica propiedades diferentes que se deben tomar en cuenta, como por ejemplo costos variables. El usar un vehículo convenientemente también puede influir en el costo de una ruta. Aprovechar de manera inteligente su capacidad puede conducir a mejores recorridos pero un mal uso de ella puede provocar un efecto contraproducente. En la Figura 2.6 se da un ejemplo de éstos casos.



**Figura 2.6.** Beneficio en el costo de la solución al usar de forma inteligente la capacidad del camión para satisfacer las demandas.

**Capacidad de los Clientes.** Este aspecto se refiere a la posibilidad de que un cliente pueda atender dos o más unidades de transporte de forma simultánea, es decir, que más de un vehículos descarguen al mismo tiempo en una localidad. Como se mencionó anteriormente, esta es una de las nuevas restricciones (CCVRP) propuestas en el presente trabajo de investigación.

**Tiempo de Servicio de los Vehículos.** Cada uno de los vehículos tiene un periodo de tiempo durante el cual están disponibles para poder transportar productos a los clientes, fuera de ese horario no es posible realizar viajes. Además, los camiones deben regresar al centro de embarque de donde salieron antes de que su horario de trabajo termine. Esta es una restricción durante la creación de las rutas puesto que hay que tomar en cuenta que los viajes de los vehículos se encuentren dentro de su tiempo de servicio.

**Horarios de Atención de los clientes y del almacén.** Así como los vehículos deben respetar un horario, los clientes también deben de ser atendidos en determinados periodos. Cada cliente puede tener horas específicas en las cuales puede recibir el producto, las unidades de transporte deberán estar coordinadas de tal manera que descarguen el producto en los clientes dentro de este tiempo.

***Tiempo de Carga y Descarga de la mercancía.*** Este es el tiempo que el vehículo necesita para poder descargar el producto que suple al cliente, dejándolo listo para iniciar el siguiente viaje (el traslado de un vehículo de una localidad a otra adyacente). La planificación de las rutas debe considerar que el vehículo no sobrepase el horario de atención del cliente al descargar los bienes.

***Lugar de retorno del vehículo.*** En algunas situaciones podría ser conveniente analizar dónde se debe dejar el camión que transporta la mercancía al finalizar su jornada, o simplemente tomar en cuenta la posibilidad de dejar libre el punto de retorno de las unidades de transporte, es decir, no obligarlas a regresar al almacén. Debido al funcionamiento de algunas embotelladoras de productos, éstas pueden encontrar redituable el dejar descansando sus unidades de transporte en lugares diferentes al almacén donde se cargan.

***Almacenes.*** Los almacenes pueden dar origen a dos posibles restricciones: la primera consiste en que puede existir más de un almacén para satisfacer un pedido; la segunda identifica la posibilidad de que los depósitos puedan solicitar producto a otros depósitos. Ambos casos deben tomarse en cuenta durante la planeación de rutas, para poder definir la solución más adecuada.

***Necesidad de retornos de envases.*** Es posible que algunos clientes requieran regresar envases vacíos. Esto representa una carga más del vehículo que deberá ser llenada en los clientes.

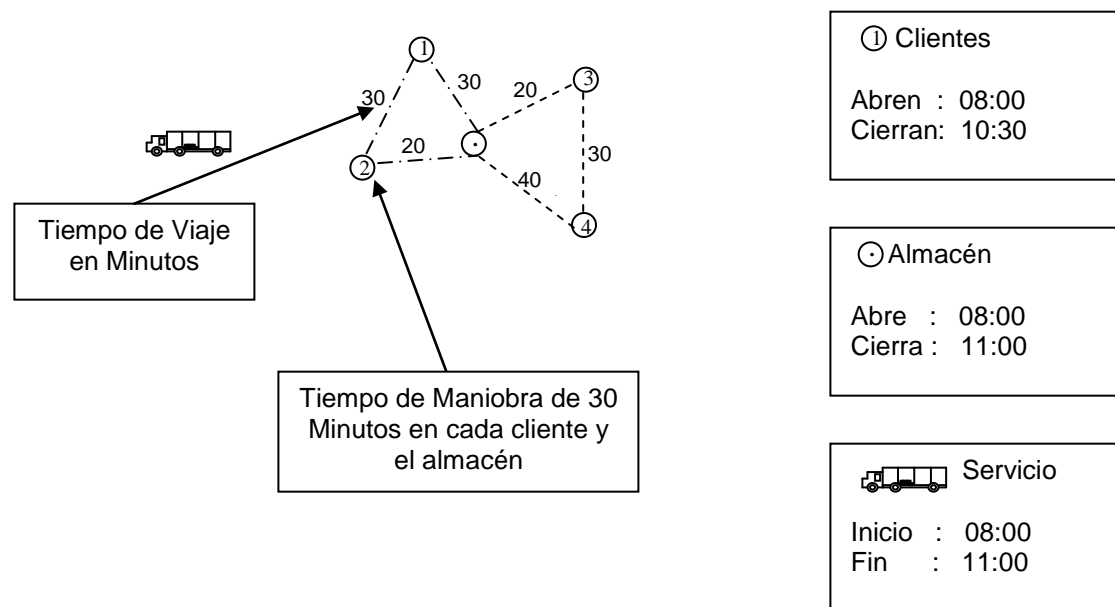
***Dependencia de Sitio.*** En algunas ocasiones los clientes pueden requerir de vehículos especiales para poder ser atendidos, de no contar con ellos su demanda no puede ser entregada. En esta situación es conveniente tomar en cuenta que no se agote por completo el tiempo de servicio de tales vehículos a fin de poder cubrir esas demandas especiales. La unidad de medida de los costos en una embotelladora de productos puede variar, en algunas situaciones se busca reducir el tiempo de reparto de la mercancía, en otras se busca reducir los costos totales; sin embargo es muy común encontrarse que las compañías buscan atacar

ambas situaciones en forma simultánea tratando de encontrar la mejor solución que balancee ambos casos.

En esta tesis se desarrollará un Sistema de Transporte Inteligente cuyo objetivo es únicamente minimizar el número de vehículos, considerando las condiciones impuestas por variantes de VRP tales como: CVRP, VRPTW, HVRP, SDVRP, sdVRP, VRPM y CCVRP.

### 2.4.2 Asignación de Horarios en una Embotelladora de Productos

La asignación de horarios en una embotelladora de productos se crea de acuerdo a las rutas que se hayan construido y al periodo de planeación durante el cuál se pretenda satisfacer todas las demandas. El factor a considerar en este aspecto es el horizonte de planeación.



- - - - Ruta 1	Salida del Almacén	1er. Visita a Cliente 1		2a. Visita a Cliente 2		Retorno al Almacén
	Salida	Llegada	Salida	Llegada	Salida	Llegada
	8:30	09:00	09:30	10:00	10:30	10:50
- - - - - Ruta 2	Salida del Almacén	1er. Visita a Cliente 3		2a. Visita a Cliente 4		Retorno a Almacén
	Salida	Llegada	Salida	Llegada	Salida	Llegada
	8:30	08:50	09:20	09:50	10:20	11:00

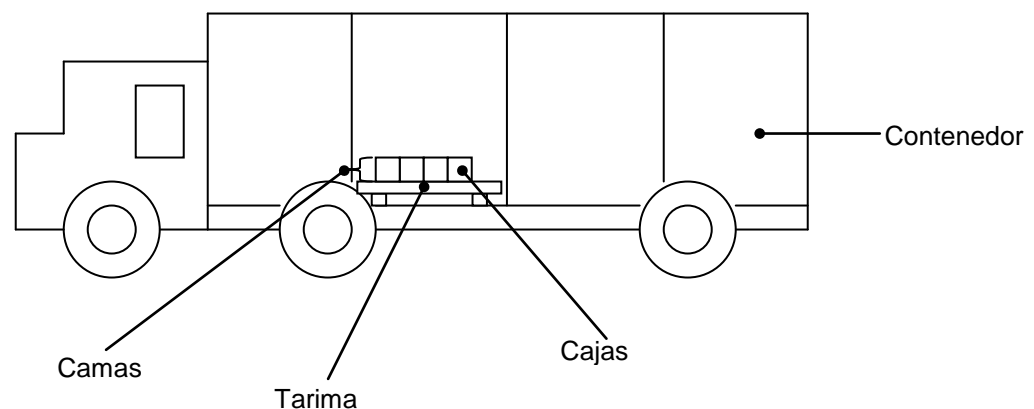
Figura 2.7. Diseño de una ruta tomando en cuenta Límites de Horarios.

**Horizonte de Planeación.** El horario de servicio del almacén normalmente se ajusta al horario de servicio de los vehículos, pero puede ser independiente, es decir, un horario donde se definen dos tiempos diferentes, uno para carga de productos y otro de retorno de unidades móviles. En la Figura 2.7 se muestra la planeación de rutas tomando en cuenta los horarios de servicio de vehículos, clientes y almacén.

### 2.4.3. La Distribución de Carga en una Embotelladora de Productos

Esta tarea es completamente independiente de las otras dos actividades: definición y asignación de rutas, y asignación horarios. Su objetivo es acomodar el producto de forma eficiente dentro de los vehículos. En la embotelladora de productos que se tomó en cuenta para formular el problema de investigación, la organización de la mercancía se hace en contenedores dentro de los vehículos, y se deben respetar ciertas restricciones de acomodo.

**Restricción de Capacidad de Contenedores.** Esta restricción limita la cantidad de producto que puede acomodarse en cada contenedor. Un contenedor es una sección física localizada en el vehículo donde se puede colocar producto, como se ve en la Figura 2.8. Para poder hacer esto se definen unidades de asignación de producto a contenedores, las cuales pueden ser cajas, camas o tarimas.



**Figura 2.8.** Descripción de las unidades de asignación del vehículo

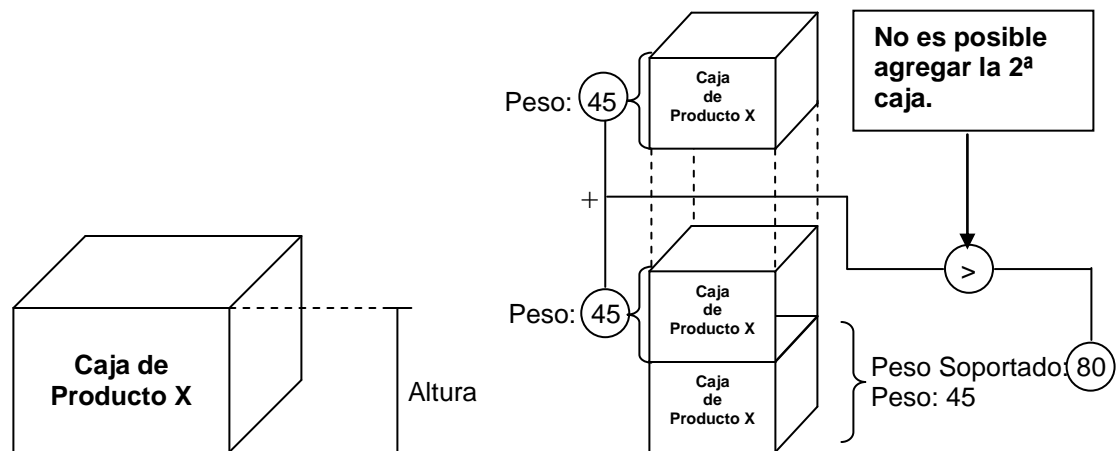
**Propiedades de las Cajas de Productos.** La unidad de asignación mínima son cajas de productos, esta es la unidad base con la que los clientes hacen su pedido. Las cajas no

pueden tener producto mezclado y poseen algunas propiedades que se hacen necesarias para la labor de distribución. Entre ellas se encuentran las siguientes (ver Figura 2.9):

*Altura.* Es la longitud vertical de la caja que contiene el producto.

*Peso.* Es el peso total de la caja llena de producto.

*Peso Soportado.* Es una medida general de cuánto producto puede ser colocado arriba de una caja sin que el producto que ésta contenga sufra daño alguno. En otras palabras es la resistencia del producto. Esta propiedad es muy importante por que es la que permite controlar cuánto producto puede ir arriba de otro producto, el manejo inteligente de la misma puede llevar a distribuciones eficientes.



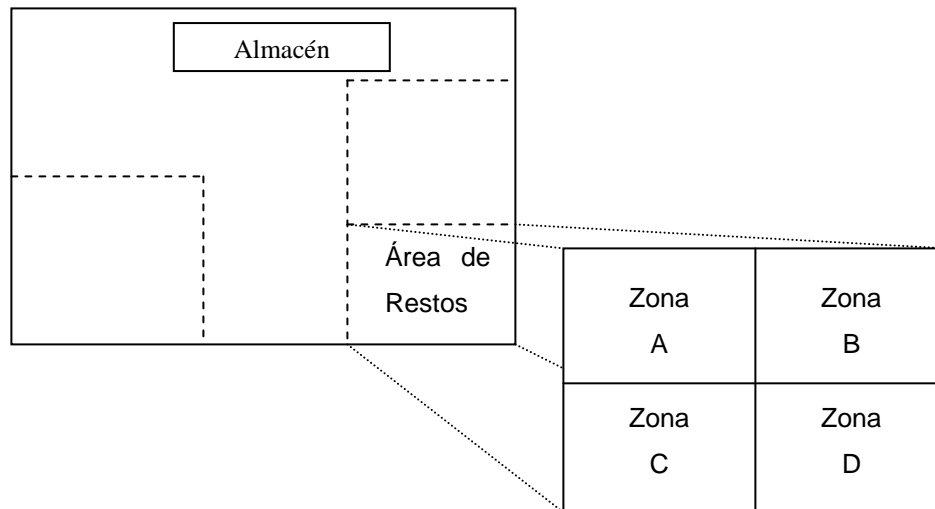
**Figura 2.9.** Descripción de las cajas de producto y sus propiedades.

Además de las propiedades físicas de los productos mencionadas anteriormente, existen dos propiedades más que se deben tomar en cuenta al momento de distribuir mercancía, estas son:

*Categoría.* La categoría es una característica que permite identificar qué productos son compatibles al asignarse el mismo valor en esta propiedad. La similitud que se expresa con esta propiedad es en cuestión de dimensiones, es decir, productos de la misma categoría son productos cuyas diferencias son despreciables para la labor de distribución y se optan por tomarlos como iguales al momento de construir camas.



*Área de Restos.* Al igual que categoría, éste valor también identifica compatibilidad de los productos, pero en este caso es en relación con la ubicación de productos. El área de restos es el área donde se encuentra localizado todo el producto perteneciente a tarimas incompletas y se encuentra dividido en zonas, cajas de productos de la misma zona podrán combinarse para formar unidades de asignación más complejas como camas o tarimas (ver Figura 2.10).



**Figura 2.10.** Áreas de Restos de los Almacenes. Área de donde se extrae parte del producto para satisfacer la demanda.

**Propiedades de las Camas de Productos.** Debido a la dificultad de asignar las cajas a los contenedores de los vehículos, se requiere la creación de camas y tarimas. Las camas son conjuntos de cajas ordenadas de tal manera que su largo y ancho se ajuste al del contenedor del camión. Existen dos tipos de camas, mezcladas y completas. Las camas mezcladas son aquellas formadas por productos diferentes, pero compatibles, esto se define a través de las propiedades de categoría y área de restos. Las camas completas son aquellas cuyo producto es homogéneo, es decir idénticos en todos los aspectos. Al igual que las cajas individuales, las camas poseen algunas propiedades necesarias para poder realizar la distribución, estas propiedades son:

*Número de Cajas de Producto.* Este valor no es constante y depende del producto que las compone. Se refiere al número de cajas que forman la cama.

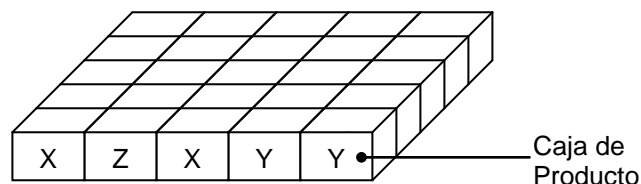
*Altura.* La altura de una cama es la altura del producto del cual se compone. En camas mezcladas o completas, cuando el producto es variado, la altura es la altura

de cualquiera de los productos que la contienen, esto es así por que para poder combinarlos en una cama deben tener la misma categoría, lo cual asegura que el producto sea compatible. Ser compatible significa que las diferencias de altura, el largo y el ancho de los productos no existen o son despreciables.

*Peso.* El peso de una cama varía de acuerdo al producto que la forma. El método para determinarlo es el mismo tanto para camas mezcladas como para completas. Este es igual a la sumatoria de los pesos de cada una de las cajas que hay en ella. Es importante mencionar que el número de cajas en una cama no es constante y que cuando la cama es mezclada se debe considerar que las cajas pueden tener pesos no homogéneos entre sí.

*Peso Soportado.* El peso soportado de una cama se define como el menor peso de soporte de las cajas que la componen. En otras palabras, de todas las cajas de producto que forma la cama, aquella cuyo peso soportado sea el menor será la que dé el valor de peso soportado de la cama. Cuando la cama es completa, el peso soportado puede ser el de cualquier caja de producto puesto que todos son iguales, cuando la cama es mezclada se emplea el método anterior.

*Categoría y Área de Restos.* Estas propiedades se heredan de cualquier producto dentro de la cama.



**Figura 2.11.** Cama Mezclada de producto; varias cajas forman esta unidad de asignación.

**Propiedades de las Tarimas de Productos.** A pesar de que las camas proporcionan una unidad de asignación más cómoda, es necesario adaptarse a las condiciones físicas del almacén. En algunas embotelladoras de productos, éstos se organizan en tarimas completas y en áreas de restos. Una tarima completa es un número de camas homogéneas apiladas una sobre otra que no sobrepasan el peso soportado de los productos. Las tarimas completas no son tan altas como los contenedores y son resultado de la producción y organización del almacén. Éstas son las primeras en utilizarse para cubrir las demandas de los clientes. El

área de restos es un lugar especial donde se mandan las tarimas que han quedado incompletas y generalmente tiene zonas dentro de ellas para clasificar productos.

En general, las tarimas son una unidad de asignación que surge de la necesidad de control del producto dentro del almacén y para facilitar su manejo por los montacarguistas, quienes mueven el producto dentro del almacén y del almacén al vehículo. Las tarimas pueden ser homogéneas, ó completas como las descritas en el párrafo anterior, o heterogéneas o mezcladas. Las tarimas mezcladas se crearon para facilitar a los montacarguistas el manejo del producto. Sus propiedades son muy similares a las de las tarimas completas e incluyen:

*Numero de Camas de Producto.* Cuando se trata de tarimas completas el número de camas es fijo y dependiente del tipo de producto. En tarimas mezcladas no existe un número de camas fijo, depende de la altura límite para la tarima mezclada.

*Altura.* Éste es un valor fijo para tarimas completas, que varía de acuerdo al tipo de producto que las forma. Las tarimas mezcladas varían la altura pero tienen un límite de altura establecido del cual no se deben exceder.

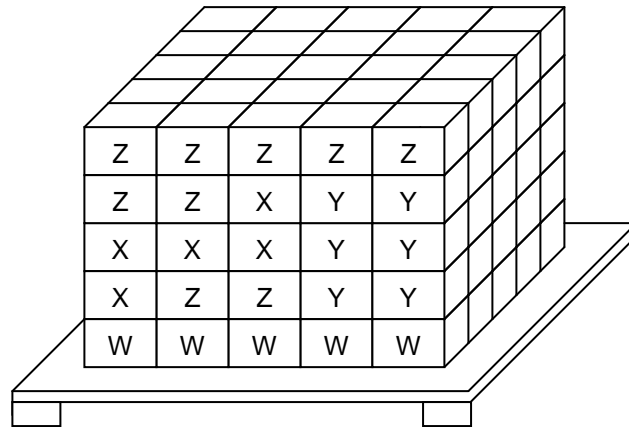
*Peso.* Es el acumulado de las cajas de producto que conforma la tarima.

*Peso Soportado.* Se puede calcular fácilmente restando al peso soportado de la cama inferior de la tarima los pesos de las camas que se encuentren encima de ella dentro de la misma tarima.

*Área de Restos.* En las tarimas sucede lo mismo que en las camas, ésta propiedad se hereda de cualquier producto dentro de la tarima, todas deben tener la misma, no se permite productos de diferentes áreas de restos en una tarima.

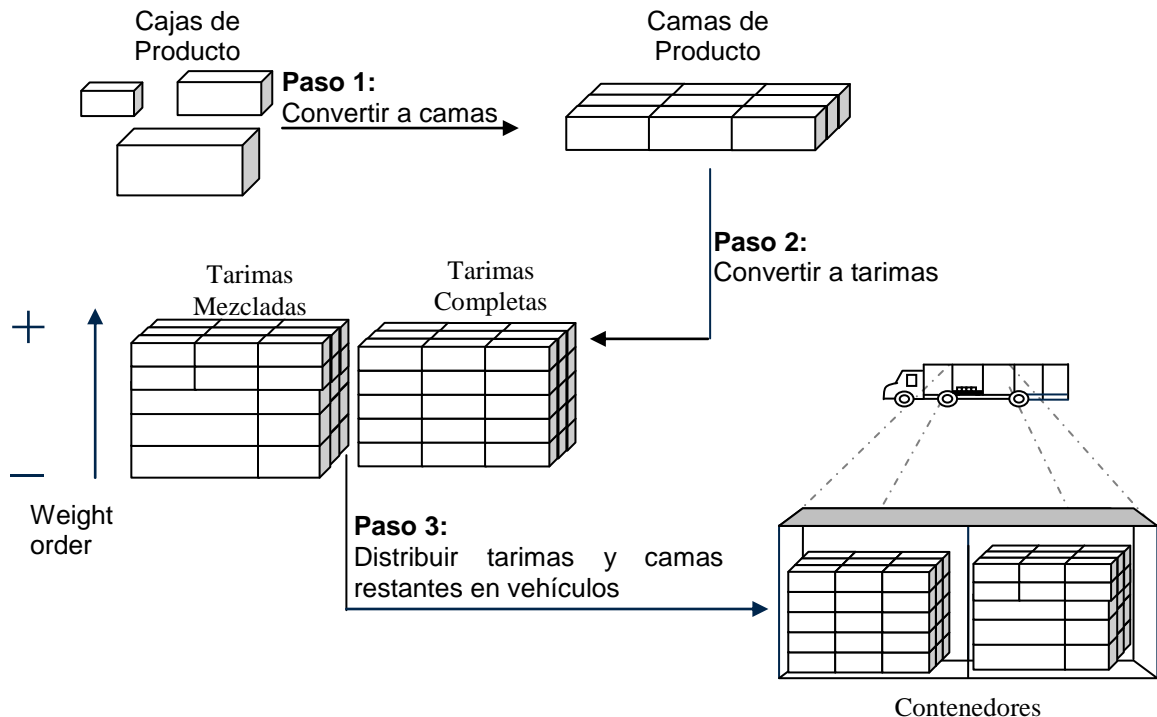
Las tarimas ya no tienen categoría por que ya no importa como son los productos de una cama y otra, mientras no rebasen la altura límite.

Un aspecto muy importante a tomar en cuenta es que una tarima es un tablón de madera donde se colocan las camas de producto, la unidad de asignación recibió ese nombre por que es ahí donde se organiza el producto que será enviado al vehículo. La cantidad de producto que se puede colocar en ese tablón es de acuerdo al tipo de tarima que se trate, completa o mezclada.



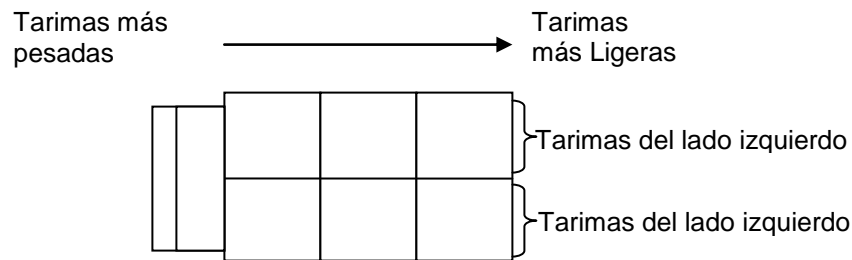
**Figura 2.12.** Tarima Mezclada.

Una vez que ya se tienen construidas las unidades de asignación, se procede a asignarlas a los vehículos. El procedimiento general de asignación se muestra en la Figura 2.13.



**Figura 2.13.** Procedimiento General para Distribuir la carga en el Vehículo.

**Restricciones de Balanceo de Carga.** Para asignar las tarimas a los vehículos se deben respetar algunas condiciones de balanceo de carga. Primero, las tarimas más pesadas deben de estar ubicadas en la parte frontal del vehículo, mientras que las más ligeras deberán ir atrás. Segundo, ambos lados del vehículo deberán de estar en balance, es decir, el peso total de las tarimas que se encuentran del lado derecho del vehículo deberá ser aproximado a la suma de los pesos de las tarimas del lado izquierdo. Considerando estos dos puntos la asignación de las tarimas puede llevarse a cabo. La Figura 2.14 muestra el esquema de asignación descrito en este párrafo.



$$\sum \text{peso de las tarimas del lado izquierdo} \approx \sum \text{peso de las tarimas del lado derecho}$$

**Figura 2.14.** Organización del balanceo de la carga en vehículos.

## 2.5 Complejidad del Problema de Transporte

En esta sección se presenta un análisis de la complejidad del problema de transporte a través del estudio de los problemas que se han identificado como parte de él de acuerdo a su naturaleza.

### 2.5.1 Teoría de NP-Completez

En los problemas de tipo combinatorio el método tradicional para encontrar una solución óptima es realizar una búsqueda exhaustiva en el conjunto de soluciones posibles, es decir generar todas las configuraciones factibles, calcular su costo y elegir aquella que ofrezca mejores resultados. Desafortunadamente esta metodología no es eficiente, pues el tiempo de cálculo crece exponencialmente con base en el tamaño de la instancia del problema.

Como se dice en [Garey, 1977], en 1971 Stephen Cook propuso los fundamentos para lo que hoy se conoce como la teoría NP-Completez. Esta conjetura permite clasificar a los problemas en dos clases:

- Clase P: aquellos para los que se conocen algoritmos de solución en tiempo polinomial, considerándose solubles eficientemente; y
- Clase NP, donde pertenecen la mayoría de los problemas encontrados en la práctica, pues para éstos se desconoce un algoritmo polinomial de resolución.

Stephen Cook demostró que existen problemas de decisión NP, los cuales son extremadamente complicados, denominándolos NP-Completo. A la versión de optimización de éstos los nombró NP-duros, ya que implican mayor grado de dificultad.

### **2.5.2 Complejidad del Enrutamiento**

El VRP es un problema de optimización entera de naturaleza NP-duro, esto significa que el esfuerzo computacional requerido para resolverlo incrementa exponencialmente en relación al tamaño del mismo.

La dificultad combinatoria del VRP recae conceptualmente en la intersección de dos tipos de problemas bien conocidos:

- El Problema del Agente Viajero (TSP – Traveling Salesman Problem). Suponiendo que la capacidad del vehículo es infinita, un VRP se simplifica al hecho de encontrar un circuito hamiltoniano, lo cual es la definición del TSP. Por otro lado si la capacidad de los vehículos es finita, de tal forma que es imposible satisfacer a todos los clientes en un solo recorrido, el VRP puede representarse como un TSP Múltiple (MTSP – Multiple Traveling Salesman Problem), una instancia de MTSP puede ser transformada en su equivalente TSP añadiendo al grafo  $k-1$  (siendo  $k$  el número de rutas) copias adicionales del nodo centro de embarque y sus arcos incidentes (no existiendo arcos entre los  $k$  nodos y el centro de embarque).

- El Problema del Empacado en Contenedores (BPP – Bin Packing Problem). El VRP puede visualizarse como un BPP, suponiendo que cada ruta es análoga a un contenedor y cada pedido de un cliente a un objeto cuyo peso es el costo de viaje para satisfacer la demanda del mismo.

De lo anterior se puede inferir que una solución factible al VRP es una trayectoria TSP (en un grafo expandido) que satisface las restricciones del BPP, es decir el VRP se puede definir como una intersección entre TSP y BPP. Dado que TSP y BPP son NP-duros [Garey, 1997], se sigue que VRP (siendo aún más complejo) también pertenece a la clase NP-Duro.

Puesto que este tipo de problemas son intratables polinomialmente, no existe un algoritmo exacto capaz de resolver instancias relativamente grandes. Para tal situación es deseable obtener soluciones aproximadas y cercanas a lo óptimo, las cuales puedan ser encontradas en forma rápida y sean lo suficientemente adecuadas para cumplir con el objetivo planteado. Debido a que en la mayoría de las aplicaciones prácticas se prefiere reducción de tiempo sobre exactitud de la solución, dicho enfoque es abordado mediante el uso de métodos aproximados.

### **2.5.3 Complejidad de la Programación de Horarios y Carga de Vehículos**

La tarea de programación de horarios también es NP-dura debido a que ésta problemática es considerada como una variante de VRP [Marinakis, 2002]. En este trabajo de investigación, la programación de horarios es inicialmente resuelta junto con el problema de asignación de rutas, sin embargo, en la solución se obtiene un horario estándar que debe ser transformado al horario real manejado por la embotelladora; para cada cliente asignado a los vehículos disponibles. La generación de los horarios reales en este trabajo de investigación es un proceso cuya complejidad algorítmica es de  $O(m \cdot n)$  donde  $m$  es el número de vehículos disponibles para cubrir las demandas y  $n$  es el número de clientes con una demanda a satisfacer.

Por otra parte, el subproblema de la distribución de carga, donde el pedido de los clientes se necesita distribuir en los contenedores de los vehículos, se puede ver como un problema de empaçado o BinPacking, en el cual los artículos a acomodar representan la demanda y los contenedores son justamente los contenedores de los vehículos. Debido a que BinPacking es un bien conocido problema NP-duro [Martello, 1990], la distribución de la carga también se encuentra dentro de este grupo, incrementando la dificultad de nuestro problema debido a que tiene presente dos problemas de ese tipo.